Formate und Layout von Handschriften und Drucken

eine Synthese der geometrischen Möglichkeiten

von Klaus-Peter Schäffel

VORWORT

DIE NATUR *bedient sich geometrischer Prinzipien. Bei der Betrachtung einer Schneeflocke, eines Kiefernzapfens oder eines Minerals drängt sich die Einsicht auf, daß die Geometrie keinesfalls eine Sammlung intellektueller Künstlichkeiten darstellt, sondern eines der Grundprinzipien im Aufbau der Welt ist. Sogar das scheinbare Chaos in Bewegung und Wachstum folgt oft «mathematischer» Präzision.*

In der Kunst, vor allem in der «klassischen» (inbegriffen Renaissance und Klassizismus), hat die Geometrie stets eine bedeutende Rolle gespielt. Auch die Buch- und Schriftgeschichte bis hin zur Computerschrift ist reich an geometrischen Ideen.

Heute werden geometrische Methoden gern als «historisch» oder «traditionell» bezeichnet und damit automatisch als überholt abgetan. Dies ist ein zweifacher Irrtum: Zum einen sind «überlieferte» geometrische Vorgehensweisen oft gar nicht überliefert, sondern moderne didaktische Modelle oder Rekonstruktionen von Schemata, die vielleicht nie existiert haben. Zum andern ist der Verzicht auf jegliche Struktur in der Anwendung von Schrift vergleichbar mit dem Versuch, in der Musik auf jeglichen Rhythmus verzichten zu wollen.

Die Kenntnis von konstruktiven Möglichkeiten führt leider nicht automatisch zu besseren Kunstwerken. Ein schlechtes Bild (oder Buch) im Goldenen Schnitt ist immer noch ein schlechtes Bild (oder Buch). Gestalterische Freiheit benötigt ein gewisses Maß an Naivität, um sich bewegen zu können, und die Geometrie ist nur eine mögliche Methode unter vielen. Große Kunst entsteht oft spontan und unreflektiert, nicht mit Rezepten und Programmen. Manchmal beruhen aber gute Ideen auf einfachen, sich wiederholenden Prinzipien. Wie steht es da mit der Originalität? Wer stets den Anspruch erhebt, nur unverwechselbare, eigene Werke zu schaffen, wird auf die Dauer mit dem Recherchieren des schon Dagewesenen nicht mehr fertig werden. Da ist es schon leichter, kreativ zu sein, denn die schöpferische Produktivität muß nicht unbedingt originell sein.

Schlimmer als die Ahnungslosen sind jedoch die Doktrinären. Ob eine hochentwickelte Proportionslehre, wie z.B. die von Leonardo da Vinci oder Albrecht Dürer, wirklich den alltäglichen Notwendigkeiten angemessen ist, ist zu bezweifeln. Weniger geniale Anwender als ihre Urheber sind damit nur zu nachahmendem Manierismus verführt worden. Aus der Schriftgeschichte kennen wir die Wandlung der «natürlichen» Renaissance-Antiqua zur «steifen» Barockantiqua, bei der die damals viel publizierten Buchstabenkonstruktionen vermutlich eine bedeutende Rolle gespielt haben. Im 19. Jahrhundert gab es Versuche, den Wert geometrischer Konstruktion für das Schönheitsempfinden statistisch zu erfassen. In Büchern zum Goldenen Schnitt werden oft die Versuchsreihen des Philosophen Gustav Theodor FECHNER *zitiert, der 1876 auf der Suche nach dem absoluten Schönen zahlreichen Testpersonen verschiedene Rechtecke vorlegte, darunter eines mit der Proportion des Goldenen Schnitts. Ausgerechnet für dieses entschied sich ein hoher Prozentsatz (35 %) der Probanden. Die übrigen 65 % waren zwar nicht dagegen, verteilten sich aber zu geringen Prozentzahlen auf 9 Alternativrechtecke.*

Zu jener Zeit gab es im Kunstbetrieb Tendenzen, den Goldenen Schnitt als Maß aller Dinge anzusehen. Es wurden «Gesetzmäßigkeiten» festgelegt, die einfach nur Lehrtradition waren. Gleichzeitig wurde zu viel mit Vorstellungen vom «Edlen, Wahren und Schönen» operiert, die für ganze Generationen von Künstlern zu einem roten Tuch wurden. Allergische Reaktionen von Künstlern gegen geometrische Modelle sind ein Ergebnis solcher Mißbräuche. Auch die schulmäßige Vermittlung der geometrischen Grundlagen in Kursen wird nur bei jenen Teilnehmern auf Gegenliebe stoßen, die ihre Schultraumata überwunden, aus eigenem Antrieb schon nach geometrischen Lösungen gesucht und deren Faszination bereits geschmeckt haben. Für sie kann die Beschäftigung mit Geometrie durchaus ein kreativer Akt sein, wenn auch die Begeisterung manchmal von kurzer Dauer ist.

Formgefühl durch ein nachträglich dazuerfundenes geometrisches System zu untermauern, kann große Befriedigung mit sich bringen und zeigen, daß methodisches Vorgehen und Kreativität keine Widersprüche sein müssen. Jeder Gestalter kennt die Angst vor der leeren Seite: Um sie zu überwinden, hilft es manchmal, mit einer geometrischen Struktur oder einer Art «Spinnennetz» aus Referenzlinien und -punkten anzufangen, diesem dann aber nicht sklavisch zu folgen. Das Formgefühl muß das letzte Wort haben. Bei der Anwendung geometrischer Prinzipien für Schriftformen soll uns das Wort Paul STANDARDS *(1897 – 1992) leiten: «Geometrie zwar kann lesbare Buchstaben hervorbringen, doch erst die Kunst macht sie schön». Oder, um mit* VITRUV *(1. Jh. v. Chr.) zu sprechen: «… um so viel, als das Auge getäuscht wird, die Kunst ersetzen muß». (Baukunst, 3. Buch, 2. Kapitel).*

Die folgenden Kapitel setzen keine Vorkenntnisse voraus und präsentieren nur die denkbar einfachsten geometrischen Werkzeuge. Deren Weiterentwicklung zu harmonischen Rechtecken, zum DIN-Format, zum Goldenen Schnitt, zu den regelmäßigen Vielecken oder sogar zu den sogenannten platonischen Körpern drängt sich dann praktisch von selbst auf.

I. TEIL: MASSE, PROPORTIONEN, FORMATE

Maß nehmen, Maß halten, Maß geben

Durch unsere Vorstellung von Maßen setzen wir die Dinge in ein Verhältnis zueinander. Dies kann im physikalischen Sinn verstanden werden (z.B. bei einem Größenvergleich oder einer Proportion) und auch im übertragenen: Maßvoll vorzugehen, heißt die richtige Relation zwischen *ausreichend* und *genügend* zu finden. Dies ist eine Frage von Fingerspitzengefühl und Ökonomie, nicht von Geometrie. Für den Gestalter sind sowohl das physikalische als auch das gefühlte Maßhalten wichtig. Von der *Kunst* soll hier nicht die Rede sein; dort ist Maßlosigkeit legitim. Dies ist durchaus wertfrei gemeint, nicht polemisch.

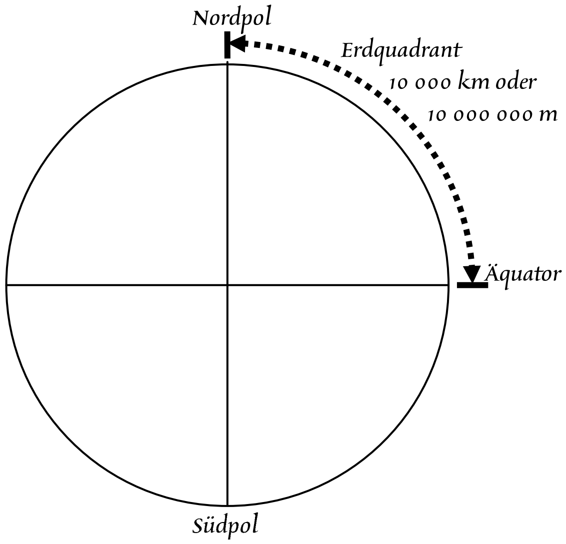
Punkt und Strecke

Von den physikalischen Maßen interessieren uns im Moment nur die Strecken- und Flächenmaße.

Ausgangs«punkt» aller geometrischen Begriffe ist der *Punkt*. Der sich in eine Richtung fortbewegende Punkt bildet eine *Gerade*. Sind der Ausgangspunkt und die Richtung gegeben, spricht man von *Strahl*. Sind Richtung und Größe gegeben, spricht man von *Vektor*. Die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten heißt *Strecke*. Bei gestalterischen Proportionsaufgaben haben wir es gewöhnlich mit Strecken, ihren Vervielfachungen und Teilungen zu tun.

Metermaß versus alte Maße

Wenn wir heute in Mitteleuropa an Strecken denken, kommt uns unweigerlich der Meter und seine Teilungen (Dezimeter 1/10, Zentimeter 1/100, Millimeter 1/1000 usw.) und Vervielfachungen (*Dekameter* 10, *Hektameter* 100, *Kilometer* 1000 usw.) in den Sinn. Obwohl der Begriff *metron* schon den Alten Griechen vertraut war und einfach *Maß* bedeutete (das Wort ist auch in *Geo-metrie* verborgen, d.h. *Erd-Maß*), handelt es sich beim Meter um ein ziemlich junges Maß. Man sollte sich vor der Vermischung von *Dezimalsystem* und *metrischem System* hüten: Das Dezimalsystem ist viel älter. Schon PLATO und VITRUV (*3. Buch, 1. Kapitel*) sprachen unter Verweis auf die zehn Finger und als Summe von 1+2+3+4 von der Zehn als «vollkommener Zahl», in Indien war das Rechnen im dekadischen System inklusive der Null (*Algoritmus*) bereits im 5. Jahrhundert in Gebrauch (bei den Arabern im 8., in Mitteleuropa seit dem 12. Jh.), doch die konsequente Anwendung für Maße und Gewichte kam mit der Französischen Revolution (bis hin zur dekadischen Zeitrechnung mit zehntägigen Wochen). Das *Metermaß* hingegen wurde erst später definiert. Die Voraussetzung für ihre Definition setzte das Wissen um die Kugelgestalt der Erde (16. Jh) und um deren mehr oder weniger genaue Maße (17. Jh) voraus. In den Siebziger Jahren des 19. Jahrhunderts wurde festgelegt, daß ein Meter als 10 millionster Teil des *Erdquadranten*, definiert ist (siehe Zeichnung; der Erdquadrant ist ein Viertel eines Erdmeridians);



heute wissen wir, daß die damaligen Berechnungen etwas ungenau waren und ein Meter in Wirklichkeit nur 99.99135 cm lang ist, wenn man die Erde als Maß nimmt und nicht den früher in *Breteuil* bei Paris, heute in *Sèvres* liegenden «Urmeter» aus Platin und Iridium (1889).

Um die Einheitlichkeit des Maßes nicht weiter zu gefährden, hat man im 20. Jh. das Metermaß auch physikalisch definiert. 1927 stützte man sich auf die Wellenlänge bestimmter Lichtstrahlen im Spektrum des *Kadmiums*, was man damals als zuverlässiger beurteilte als die alte verbeulte Erde, die ja wegen der Rotation nicht einmal eine richtige Kugel ist. Ab 1960 war die Wellenlänge eines bestimmten Lichts, welches von einem *Krypton-Isotop* unter bestimmten Bedingungen ausgesendet wurde, das Maß. Seit 1983 wird der Meter als ein bestimmter Teil der *Lichtgeschwindigkeit* definiert, welche man bisher für konstant hält. In jedem Fall ist der Meter durchaus ein «Naturmaß», allerdings eines, das den antiken und mittelalterlichen Menschen noch nicht bekannt sein konnte.

Vor der Einführung des metrischen Maßsystems gab es eine Vielzahl von Grundmaßen. Man denke nur an die zahllosen Definitionen des *Pfundes*, des *Fußes*, des *Schrittes*. Als «handliches» Maß auf dem Papier gab es *Elle*, *Spanne* und *Daumenbreite*, wobei die letztere dem *Zoll* bzw. dem *Inch* (heute 2.54 cm) entspricht.

Das Zollmaß ist in der heutigen Industrienorm noch längst nicht abgeschafft; so werden z.B. Gewinde, Reifen, Computerdisketten, Dimensionen und Auflösungen von Bildschirmen und Druckern (dpi = dots per inch, also Punkte pro Zoll) usw. immer noch in Zollgrößen bezeichnet. Das Zoll ist identisch mit dem englischen *Inch*, etymologisch verwandt mit der *Unze*, welches allerdings heute ein Gewichtsmaß (meist 1/12 bzw. 1/16 des Pfundes) ist. Von der Bezeichnung Unze ist auch der Name der Schriftart *Unzialschrift* abgeleitet, denn angeblich beklagte sich im 4. Jahrhundert der Heilige *Hieronymus* über den verschwenderischen Luxus der *litterae unciales*, also zollgroßen Buchstaben, ohne dabei unbedingt einen bestimmten Schriftstil zu meinen. Diese Zuordnung wurde erst im 17. Jahrhundert (MONTFAUCON) für folgendes Alphabet vorgenommen:

ABCDEFGHILMNOPQRSTVXYZ

Die Verhältnisse der historischen Maße zueinander folgten meist dem Zwölfersystem; wenn man es etwas vereinfacht, stellt sich das alte Maßsystem etwa so dar:

1 Fuß (') entspricht etwa 30 cm (*Schuhgröße 48*)
1 Zoll (") entspricht etwa 1/12 Fuß
bzw. etwa 2.54 cm (*Daumenbreite*)
1 Linie (''') entspricht etwa 1/12 Zoll oder etwa 2 mm.

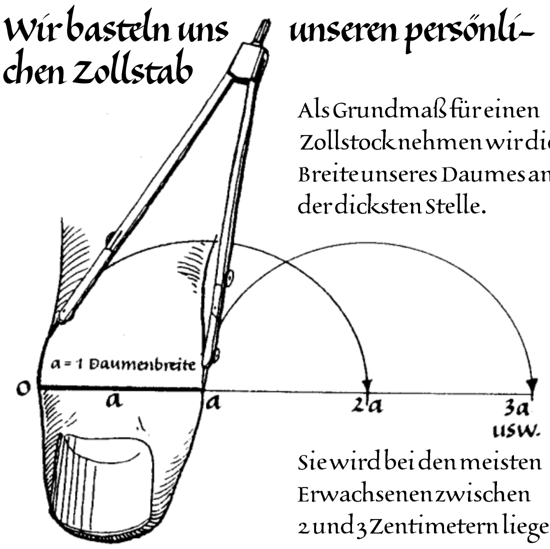
Die Symbole für Fuß/Minute (') und Zoll/Sekunde (") werden statt der «Gänsefüße» oft als „Anführungszeichen" verwendet; eine Gewohnheit, die aus der geschriebenen Schrift und von der Schreibmaschine kommt.

Daß die Verhältnisse zwischen diesen Maßen dem Duodezimalsystem (Zwölfersystem) folgen und nicht dem Dezimal-(zehner-)System, ist uns heute, trotz unseres selbstverständlichen Umgangs mit den zwölf Monaten und den zwölf Tagesstunden und deren sexagesimalen Unterteilung, ungewohnt. Das Zwölfersystem hat jedoch für einfache Rechenoperationen (die Zwölf ist teilbar durch 1, 2, 3, 4 und 6) sowie für geometrische Konstruktionen große Vorteile. Leider waren die alten Maßsysteme nicht so einheitlich, wie es nach der obenstehenden Darstellung aussehen mag, sonst hätten sie bessere Überlebenschancen gehabt. Allein in Deutschland gab es über hundert verschiedene Fuße; Teilungen gingen nicht nur in Zwölfteln, sondern auch in Sechzehnteln. Nichts spricht allerdings dagegen, daß wir uns für unsere eigenen Arbeiten vermehrt wieder individueller Grundmaße bedienen.

Die Idee, daß jeder bei seinen Arbeiten von seinen Körpermaßen ausgehen könnte und nicht vom Zentimeter und der darauf basierenden DIN-Norm, hat durchaus ihren Reiz. Schließlich gehen auch, wie weiter unten zu sehen ist, die Buchformate von pflanzlichen, menschlichen und tierischen Maßen aus.

Weg also mit Metermaß und Taschenrechner! Die folgenden geometrischen Figuren basieren ausschließlich auf einem Lineal ohne Skala, einem rechten Winkel und einem Zirkel. Wer auf ein Grundmaß nicht verzichten will, kann sich selber eines machen:

Wir basteln uns unseren persönlichen Zollstab



Als Grundmaß für einen Zollstock nehmen wir die Breite unseres Daumes an der dicksten Stelle.

Sie wird bei den meisten Erwachsenen zwischen 2 und 3 Zentimetern liegen.

Vervielfachung von Strecken

Hat man das Grundmaß definiert, geht es zuerst einmal darum, es geometrisch zu vervielfachen. Wie das mit dem Zirkel geschieht, ist aus der vorangegangenen Zeichnung ersichtlich. Wer erst nach zwölf Daumenbreiten auf seine Fußlänge kommt, hat außerordentlich große Füße.

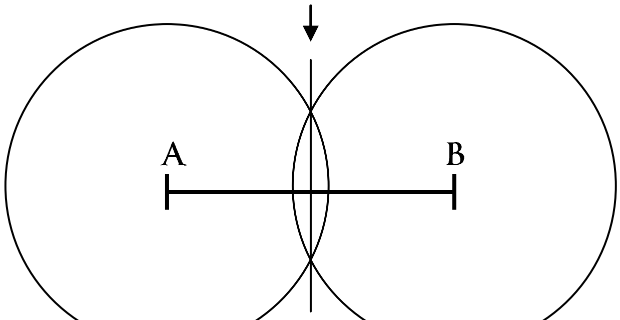
Teilung von Strecken

Um zur Einheit der Linie, dem Zwölftel des Zolls, zu kommen, müssen wir die gefundene Strecke in zwölf gleiche Teile teilen. Gerechnet wird dafür nichts; wir bedienen uns einer der vier folgenden geometrischen Methoden:

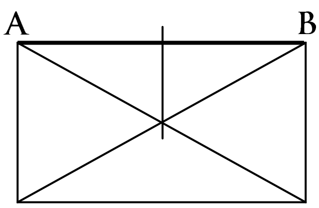
Die Halbierung

Was das Teilen von gegebenen Strecken betrifft, so dürfte die einfachste Aufgabe die Halbierung sein. Die übliche Methode mit dem Zirkel geht von zwei Kreisen mit gleichem Radius auf den Endpunkten der Strecke aus und liefert zugleich noch die Mittelsenkrechte.

Mitte der Strecke von A nach B



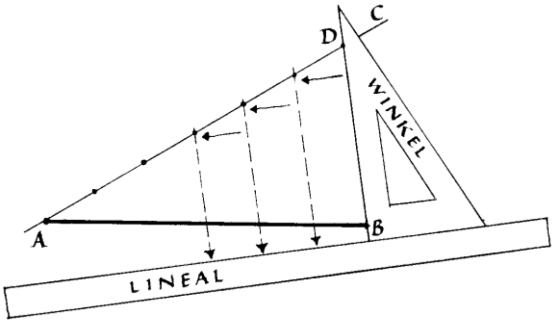
Eine Methode ohne Zirkel geht von der Errichtung eines beliebigen Rechtecks auf der zu teilenden Strecke aus und findet den Mittelpunkt beider Rechteckseiten durch die Diagonalen:



Mehrfache Teilungen

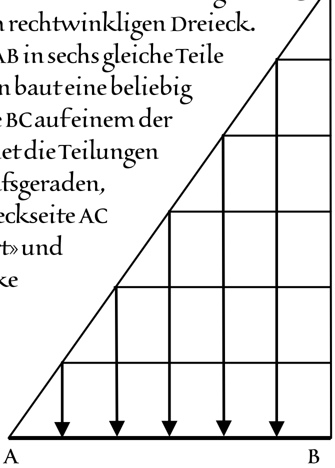
Doch wie sähe die Lösung aus, wenn man die gegebene Strecke (z.B. die Höhe eines Schriftfeldes) dritteln, vierteln, fünfteln, sechsteln, siebteln, neunzehnteln, dreiundzwanzigsteln wollte?

Am praktischsten ist sicher die bekannte Methode mit Winkel und Lineal: Nehmen wir an, die Strecke AB der folgenden Abbildung soll in sechs Teile zerlegt werden. Wir legen in einem Winkel zwischen etwa 30 und 45° eine Gerade AC an, die die zu teilende Strecke in A schneidet, und tragen, bei A beginnend, auf dieser Hilfsgeraden sechs gleiche Teilstrecken ein, deren Länge eine ungefähre Schätzung der auf AB gesuchten Teilstrecken ist.



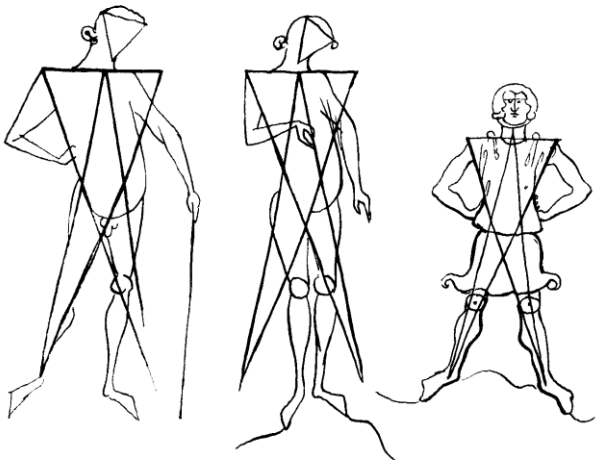
Wir schließen die Figur zum Dreick, indem wir den letzten Punkt (D) auf der Hilfsgeraden mit B verbinden. An diese Gerade legen wir in der dargestellten Weise den Winkel und das Lineal an, welches letzteres wir in der gefundenen Position festhalten. Dann schieben wir den Winkel entlang des Lineals auf A zu, wobei wir die einzelnen Punkte von der Hilfsgeraden auf die Strecke AB übertragen. Am Ende ist sie in sechs gleich lange Strecken geteilt.

Noch einleuchtender, aber etwas aufwendiger ist die Methode mit dem rechtwinkligen Dreieck. Wieder soll die Strecke AB in sechs gleiche Teile portioniert werden. Man baut eine beliebig sechsgeteilte Senkrechte BC auf einem der Endpunkte auf und findet die Teilungen auf AB mit Hilfe von Hilfsgeraden, die von der dritten Dreieckseite AC rechtwinklig «reflektiert» und auf die zu teilende Strecke projiziert werden:

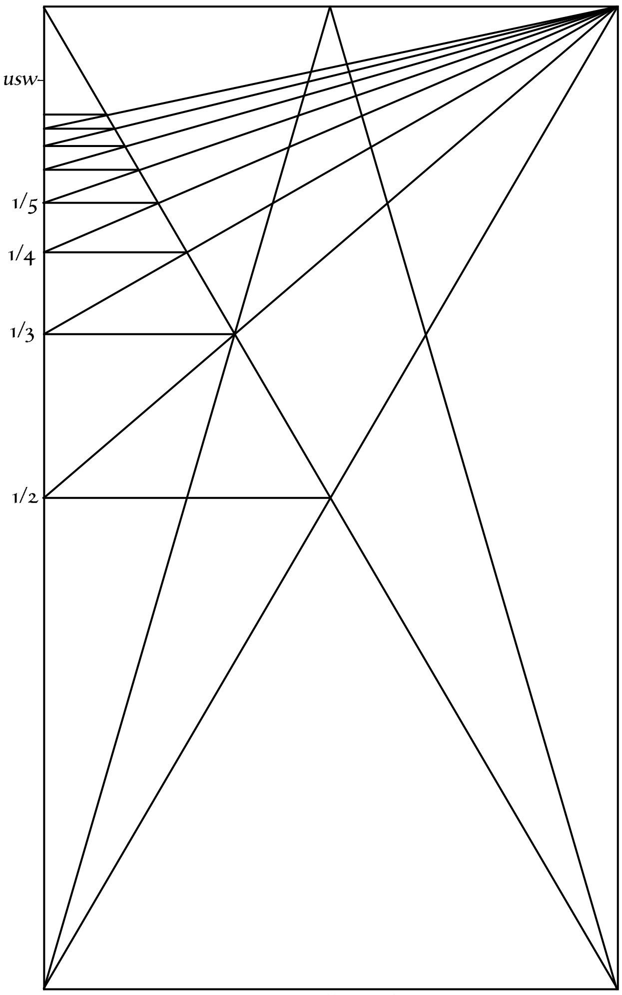


Geometrisch höchst reizvoll ist die Teilung von Strekken über die sogenannte *Villard'sche Figur*. Das Gebilde findet sich in einer Handschrift des 13. Jahrhunderts (*Paris, BN 19093*), signiert von einem gewissen *Villard de Honnecourt*, welchen man verschiedentlich als piccardischen Kathedralenbauer der Gotik zu identifizieren versucht hat. Aus dem sogenannten «*Bauhüttenbuch*» ist die Verwendung der Figur für geometrische Teilungen *nicht* ersichtlich, denn sie taucht dort lediglich dreimal zur Konstruktion von menschlichen Körpern auf:

Mag sein, daß Villard diese Figur in seinen drei Männchen nur verstecken wollte und sich ihrer Bedeutung als

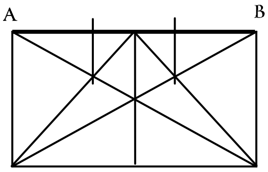


Instrument für Teilungen voll bewußt war. Als solches beschrieben wurde es jedoch erst im 20. Jahrhundert, nämlich 1946 von Hans Kayser. Wie die folgende Figur deutlich macht, kann man in einem beliebigen Rechteck nur durch Verbinden von Schnittpunkten der Diagonalen zu regelmäßigen Teilungen der Rechteckseiten kommen:

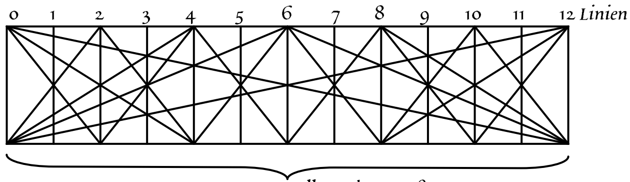


Sogenannte Villard'sche Figur.

So faszinierend dieser sogenannte «Teilungskanon» in geometrischer Hinsicht auch sein mag, seine Anwendung für Teilungsprobleme ist auf kleinem Raum unpraktisch. Teilungen, die über ein Fünftel hinausgehen, neigen auch bei sehr sauberer Arbeitsweise dazu, unpräzise zu werden. Für die Geometrische Konstruktion von Hälften, Dritteln oder Vierteln sowie deren Vielfachen ist sie hingegen brauchbar. Die folgende Zeichnung ist eine Vereinfachung für Drittelungen: Durch die einfachen Diagonalen in einem beliebigen Rechteck mit einer Seitenlänge AB wird die Strecke AB in drei gleich Teile geteilt.



Zur Unterteilung unseres persönlichen Zolls in die nächstkleinere Einheit, die Linie, läßt sich die Zwölfteilung durch einfache Kombination der Halbierung, Drittelung und Viertelung geometrisch exakt durchführen: Es empfiehlt sich im vorliegenden Fall, mit Hilfe der Diagonalen Linien zuerst die Gesamtstrecke zu dritteln und dann jedes Drittel zu vierteln.



1 *Zoll (stark vergrößert)*

FORMATE

Denkbare Blatt- und Buchseitenformate

Aus praktischen Erwägungen haben wir es bei normalen Buchformaten in der Regel mit *Rechtecken* zu tun. Ausnahmen (*Kreis-, Herz-, Lilienform* usw.) sind originelle Luxusobjekte, Spielereien oder Designerpfürze, selten Gebrauchsgegenstände. Rechtecke haben naturgemäß rechte Winkel. Entgegen der Vorstellung verschiedener philosophischer Denkschulen ist die Idee des Rechten Winkels durchaus etwas Natürliches, da er sich präzise in der Schwerkraft oder im Bau von Atomgittern und dadurch im Kristallwachstum (*Steinsalz, Pyritwürfel!*) manifestiert.

Rechteckformate können folgende Proportionen haben:

1. *Naturformate* (nach Jan Tschichold «Willkür»)
2. *Einfache Zahlenverhältnisse*
3. *Wurzelproportionen*
4. *Goldener Schnitt*

1. NATURFORMATE

Naturformate gehen von pflanzlichen, tierischen oder menschlichen Abmessungen aus. Palmblattbücher können beispielsweise nicht größer sein als die entsprechenden Blätter.

Papyrusrollen wurden, glaubt man den Schreiberdarstellungen aus ägyptischer und teilweise auch noch hellenistisch-römischer Zeit, meist auf dem Boden sitzend geschrieben, wobei die Oberschenkel oder auch der zwischen ihnen gespannte Stoff der Tunika die Schreiboberfläche bildete. Möglicherweise beruht auch die Kolumnenschreibweise der Rollenbücher auf der Oberfläche, die der Schenkel als Schreibunterlage bietet. Diese Textform besteht bis in unsere Tage für Lexika, Wörterbücher, Bibeln usw.

Formate von Pergamenthandschriften waren sicher sowohl von traditionellen Papyrusrollen als auch von natürlichen Hautformaten abgeleitet. Diese können je nach Tierart, Enthäutungsmethode und Aufspanntechnik erheblich variieren. Eine optimal ausgenützte Haut kann schmal und lang sein (Ziege, Wildtiere), fast quadratisch (Kalb und Schaf) oder die häufige breitrechteckige Proportion 5:6 zeigen. Davon allgemein gültige Buchproportionen abzuleiten, erscheint gewagt. Naturformate sind ziemlich dehnbar: Pergament kann zur Gewinnung möglichst großer Trommelfelle zu beinahe quadratischer Proportion breitgespannt werden.

Auch die alten Papierformate basierten einerseits auf bestehenden Pergamentbüchern, andererseits waren sie abhängig von den Körperkräften von Schöpfer und Gautscher, von den Abmessungen der Filze, Preßbretter, Pressen und Trockenvorrichtungen. Da auch hier keine allgemeingültigen Regeln aufzustellen sind, erklärt sich die Vielzahl verschiedener Papierformate vor der Einführung der Industrienormen von selbst.

2. EINFACHE ZAHLENVERHÄLTNISSE

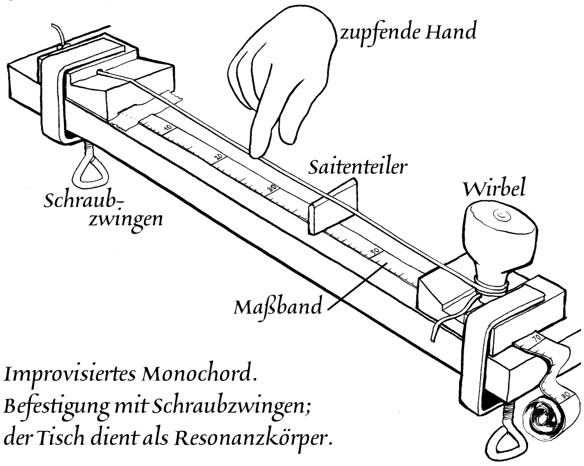
Proportionen wie 1:1, 1:2, 2:3, 3:4, 3:5, 4:5, 4:7, 5:6, 5:7, 5:8, 5:9 usw. ergeben sich aus der Vervielfachung von Strecken und Quadraten; ihre Verwendung kann durch Zahlensymboliken und tiefgreifende Harmonielehren (*Harmonik*) motiviert sein. Die Buchproportion 4:5 ist aus einer karolingischen Layout-Anleitung belegt (siehe S. 21).

Man mag sich fragen, warum einfache Zahlenverhältnisse für die alten Künstler und Architekten so bedeutsam gewesen sind. Der Römische Schriftsteller Vitruv empfahl vor 2000 Jahren in seiner «Baukunst» für die Anlage eines Forums (um ein einfaches Beispiel zu nennen) eine Fläche der Proportion 2:3, die umgebenden Säulen sollten im Erdgeschoß 4 Teile hoch sein, im ersten Stock 3 Teile. Der Grundriß der angrenzenden Basilika sollte eine Proportion zwischen 1:2 und 1:3 haben (de architectura, 5. Buch, 1. Kapitel). Zweifellos spielten solche Proportionen auch beim Bau der späteren christlichen Kirchen eine Rolle.

Harmonik in der Musik

In einem Kapitel seiner Architekturlehre (5. Buch, 4. Kapitel) macht Vitruv im Zusammenhang mit dem Bau von Theatern einen Ausflug in die Musik. Da die griechische Harmonielehre sogar schon für Vitruv kaum nachvollziehbar war (*«litteratura obscura et difficilis, maxime quidem quibus graecae litterae non sunt notae» – «eine dunkle und schwere Wissenschaft, zumal für die, welche kein Griechisch verstehen»*), werden die meisten modernen Leser sich zu Recht fragen, was dies mit einfachen Proportionen zu tun haben soll. Doch auch wer sich selbst für unmusikalisch hält, wird vom folgendem Versuch beeindruckt sein:

Man spannt z.B. eine Cello- oder Klaviersaite straff über die Länge eines Lineals auf (z.B. von 60 cm Länge), bis man durch Zupfen einen beliebigen Ton erhält. Die Saite muss fest mit Schraubzwingen und einem improvisierten Wirbel fixiert werden, damit sie diesen Ton auch hält. Der klingende Ton ist der Grundton (*die Prim*) aller folgenden Experimente.



Improvisiertes Monochord.
Befestigung mit Schraubzwingen;
der Tisch dient als Resonanzkörper.

Man versucht als nächstes, nach Augenmaß die *Mitte* der Saite zu bestimmen, und teilt sie zur Kontrolle durch ein dazwischengeschobenes Hölzchen. Zupft man nun die jeweils halbe Saite rechts und links dieses Holzsteges, muss derselbe Ton erklingen. Man wird hierbei feststellen, daß das Ohr die Mitte der Seite (und alle anderen Teilungen) leichter findet als das Auge.

Nimmt man das Hölzchen heraus und zupft die ganze Saite und danach wieder die halbe, wird auch das ungeschulte Ohr die *Oktave* erkennen. Das liegt daran, daß die halbe Saite doppelt so schnell schwingt wie die ganze, also die doppelte *Hertzzahl* hat. – Danach setzt man das Hölzchen mit Hilfe des Lineals jeweils unter das Drittel, das Viertel, das Fünftel usw. der Saite und zupft das verbleibende Saitenstück im Verhältnis zur Gesamtseite. Man stellt dabei fest, daß durch geometrische Teilung der Saite die wichtigsten Intervalle unserer Tonleiter entstehen: Zwei Drittel der Seite ergeben die *Quinte* zum Grundton, drei Viertel die *Quarte*, vier Fünftel die *große Terz*, fünf Sechstel die *kleine Terz*.

Die beim Teilen der Saite entstehenden Saitenreste klingen ebenfalls in klaren Intervallen zur Gesamtseite oder ihren Teilungen. Das verbleibende Saitendrittel nach dem Abgreifen der Quinte ist z.B. die Oktave zur Quinte (da halb so lang); das verbleibende Viertel der Quarte ist die 2. Oktave zur Prim, ein Fünftel der Saite klingt als 2. Oktave der großen Terz, zwei Fünftel bilden die Oktave der großen Terz bzw. eine Dezime usw.

Die Tonleiter kann durch folgende Abschnitte der ganzen Seite abgespielt werden (die Zahlen rechts sind Vergleichszahlen bei einer angenommenen Saitenlänge von 60 Zentimetern):

1.	Die Prim *ist*	1/1	60 *cm*
2.	Die Sekunde *(Ganzton) ca.*	9/10	54 *cm*
3.	Die kleine Terz *(moll) ca.*	5/6	50 *cm*
3b.	Die grosse Terz *(Dur) ca.*	4/5	48 *cm*
4.	Die Quarte	3/4	45 *cm*
5.	Die Quinte	2/3	40 *cm*
6.	Die Sext *ca.*	3/5	36 *cm*
7.	Die Septime *ca.*	8/15	32 *cm*
8.	Die Oktave	1/2	30 *cm*

Diese «Geometrie der Musik» ist die Grundlage beim Bau jedes Tasteninstruments; sie bestimmt, wo der Geiger die Finger auf die Saite setzt und wo bei der Gitarre die Stege sind. Leider ist das System nicht so linear, wie es nach den vorangegangenen Erklärungen erscheinen mag. Die Halbtöne auf der 60 cm-Saite folgen nicht im 2 cm-Abstand; man sieht schon an den Stegen der Gitarre, daß sie gegen oben enger werden. Schließlich ergeben sich die Oktavsprünge durch Halbierung, Viertelung, Achtelung, also nicht durch lineare, sondern durch progressive Teilung der Saite. Darüber hinaus gibt es keine absolute Stimmung, nicht einmal bei der sogenannten *temperierten* (welche normalerweise bei der Stimmung von Klavieren verwendet wird). Physikalisch absolut ist nur die Oktave; schon bei Quint und Quarte kommen Ungenauigkeiten ins Spiel. Bei allen weiteren Teilungen müssen wir akzeptieren, daß die Theorie nicht dem entspricht, was unser Ohr hören möchte (*für weitere Recherchen suche* «Quintenzirkel» und «pythagoreisches Komma»). Die Stimmung von Saiten hängt unter anderem von der Tonart ab und ob in Dur oder moll gespielt wird; innerhalb von Akkorden müssen einzelne Töne in rätselhafter Weise höher oder tiefer gegriffen werden, damit sie für unser Ohr rein klingen. Dies ist ein schönes Beispiel für den Unterschied zwischen Theorie und Praxis und die Relativität von geometrischen Modellen; siehe auch die Frage des optischen Quadrats auf Seite 8 sowie Paul Standards und Vitruvs Bemerkungen auf S. 1.

Vitruv äußert sich nicht darüber, inwieweit muskalische *Harmonik* Konsequenzen für seine Gebäudeproportionen hat. Könnte man sich vielleicht vorstellen, daß für das geschulte Auge des damaligen Künstlers, wenngleich weniger empfindlich als das musikalische Ohr, z.B. eine Proportion von 2 zu 3 komma 1 (statt 2 zu 3) irgendwie «verstimmt» ausgesehen haben muß? Es gibt Leute, die behaupten, sie würden beim Hören von Tönen oder Tonarten Farben sehen (Scriabin). Vielleicht hören wir unbewußt beim Betrachten von Proportionen *Töne, Intervalle* und (musikalische) *Harmonien*?

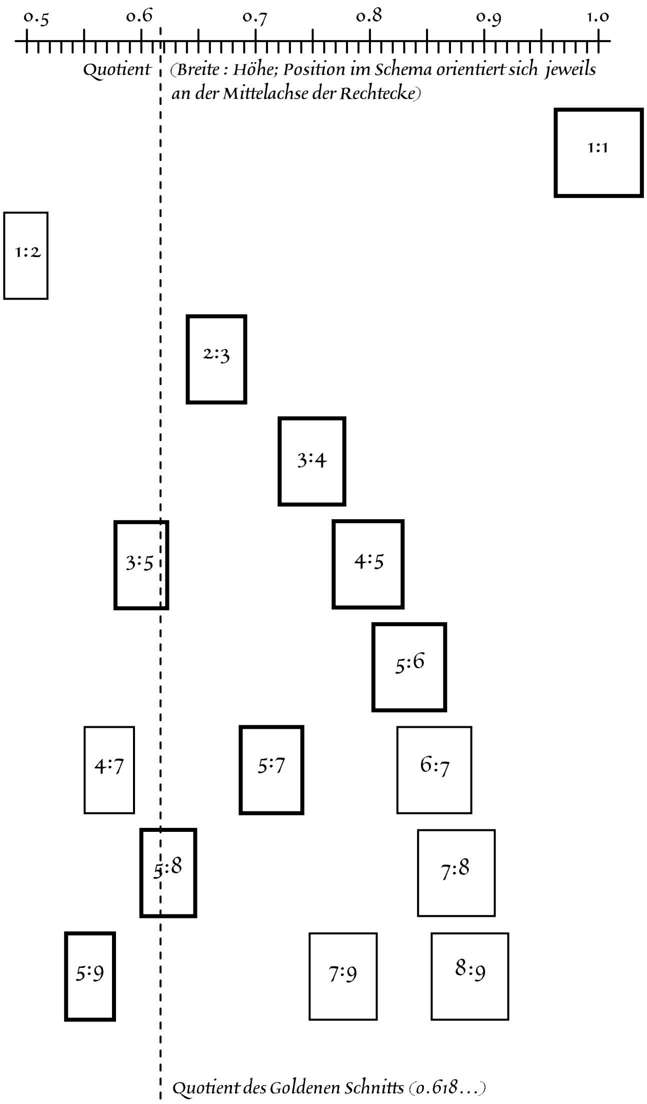
Einfache Zahlenverhältnisse im Querformat

bei Videoformaten und Auflösungen von Computermonitoren, Fernsehern und Projektoren:

5 : 4	4 : 3	8 : 5	16 : 9
5:4 = 1.25 4:5 = 0.8	4:3 = 1.3333… 3:4 = 0.75	8:5 = 1.6 5:8 = 0.625	16:9 = 1.7777… 9:16 = 0.5625
	klassisches Film- u. Bildschirmformat	*Laptops und LCD-Monitore*	*Kinoformat, Widescreeen*
	160 : 120 [5]		
	240 : 180 [5]		256 : 144
	320 : 240 [5]		320 : 180
	384 : 288 [5]		
	480 : 360		512 : 288
	576 : 432		
600 : 480	640 : 480		640 : 360
720 : 576 [1]	720 : 540 [1] (*auch* 480; 2:3)		720 : 405 [6]
	768 : 576		960 : 540
	800 : 600 [4]		1024 : 576
	1024 : 768 [2, 4]		1152 : 648
	1152 : 864 [2, 4]	1280 : 800	1280 : 720
1280 : 1024 [4]	1280 : 960 [4]	1440 : 900	1440 : 810
	1440 : 1080	1680 : 1050	1600 : 900
	1600 : 1200 [4]	1920 : 1200 [3, 4]	1920 : 1080 [3, 4]

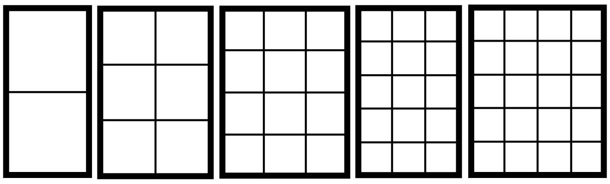
1: Standardformat für DVD-Videos (720 : 576 PAL und 720 : 540 NTSC)
2: «HD Ready»
3: «Full HD»
4: Standard-Bildschirmauflösungen von PCs (je nach Monitor)
5: Internetformate (Real Media usw.); Handy-Monitore
6: Reguläre Auflösung für DVD-Filme im Widescreen-Format

weitere Formate dieser Gruppe:
Heutige Kinoformate sind in der Regel noch breiter als 16:9, nämlich 24:10 (d.h. 12:5).
Fast quadratische Formate für Handy-Monitore und Internetvideo: 576:480 (6:5); 176:144 und 352:288 (11:9).
Als Bildschirmproportion kommt auch 800:480 vor (3:5).
Formate ähnlich 16:9 bei Fernsehern und GPS-Geräten:
368:208; 480:272; 720:400; 854:480; 1366:768.

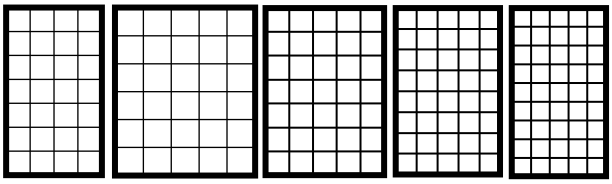


Hochformate für Bücher mit einfachen Zahlenverhältnissen:

zwischen 1:2 und 1:1. Die wichtigsten sind fett umrandet. Wiederholungen (z.B. 2:3 / 4:6) sind weggelassen.



1:2 2:3 3:4 3:5 4:5



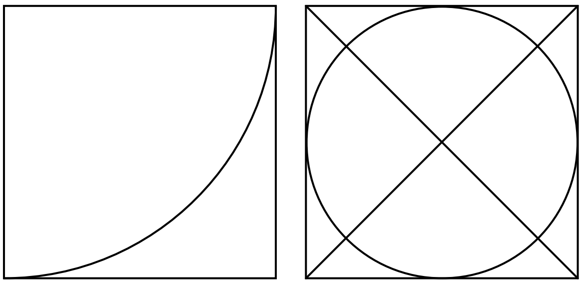
4:7 5:6 5:7 5:8 5:9

Die auf dem Duodezimalsystem aufbauende Formate 2:3 und 3:4 sind seit der Romanik die häufigsten historischen Buchproportionen überhaupt. Wenn man das eine faltet, erhält man die Porportion des anderen und umgekehrt. Die alten Buchformate, die nach diesem System funktionieren, ändern deshalb je nach Größe (bzw. Anzahl der Faltungen des ganzen Bogens) ihre Proportion. Der ganze Bogen, wie er aus der Schöpfbütte kommt, hat im Idealfall die Proportion 3:4. Gefaltet und geheftet, liefert er zwei Seiten in der Proportion 2:3, welche *in-Folio* (2°) genannt wird. Bei den weiteren Faltungen ergibt sich folgendes System:

in-Folio	*2°*	*Folioformat*	*Foliant offen*	*3:4*	*geschlossen*	*2:3*
in-Quarto	*4°*	*Quartformat*	*Quartband*	*2:3*		*3:4*
in-Octavo	*8°*	*Oktavformat*	*Oktavband*	*3:4*		*2:3*
	16°	*Sedezformat*	*Sedezband*	*2:3*		*3:4*

usw.

Bis zur Einführung des Din-Formats zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurden die meisten Bücher in einem dieser vier Formate hergestellt, wobei die Proportionen nicht immer gleich waren und auch der ganze Bogen erheblich in der Größe variieren konnte. In geringem Umfang waren auch Querformate in Gebrauch, ganz selten auch das Quadrat.



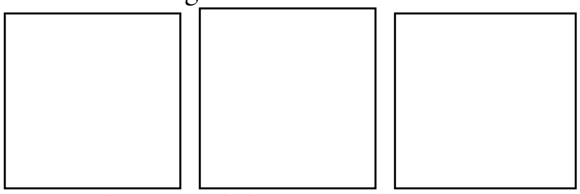
Sonderfall Quadrat

Das Quadrat ist eigentlich das einfachste Format mit einfachen Zahlenverhältnissen (1:1). Als Buchformat spielt es jedoch eine Sonderrolle, da es Probleme bei der Herstellung, bei der Lagerung und beim Gebrauch verursacht: Bei der Herstellung fällt unter Umständen viel Abfall an; im Bücherregal stehen größere Quadratbücher vorn über und hängen hinten durch, und beim Umblättern ist dem Leser die eigene Nase im Weg.

Die sogenannten Quadratcodices der Spätantike (*Vergilius Augustaeus, Vergilius Vaticanus, Wiener Genesis, Codex Sinaiticus* usw.), teils mit drei- oder vierkolumniger Schreibweise, sehen zwar mehr oder weniger quadratisch aus, sind es aber nicht. Die Proportion ihrer Seiten liegen im Bereich zwischen 4:5 und 7:8, nur das Schriftfeld liegt nahe beim Quadrat. Ihre Entstehung liegt in der Übergangszeit von der Buchrolle zum Codex, als gleichzeitig der Papyrus vom Pergament abgelöst wurde. Bei billigen Papyrusbögen liegt die Idee des quadratischen Formats nahe, erlaubt es doch die Verwendung der gleichen Länge von senkrechten und waagrechten Papyrusstreifen. Antike Briefe dieses Formats sind jedenfalls erhalten geblieben, z.B. in Straßburg (*Pap. lat. Argent. 1, 4. Jh.; 27×27 cm*).

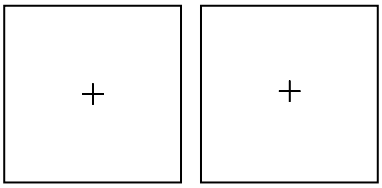
Vielleicht bildeten die Quadratcodices der Antike, teilweise noch auf Papyrus geschrieben, die Vorlage für die zahlreichen breiten Bücher der karolingischen Zeit, welche die Erinnerung an antike Pracht mit optimaler Ausnutzung der natürlichen Hautproportion verbinden.

Für unser Auge ist das Quadrat ein Quell optischer Täuschungen. Die meisten Leute zeichnen ein Quadrat etwas höher oder breiter als das geometrische, damit es «quadratischer» aussieht, was auch Konsequenzen für quadratische Bücher hat. Interessanterweise ist dieses «optische» Quadrat bei manchen Leuten breiter, bei manchen höher als das geometrische:



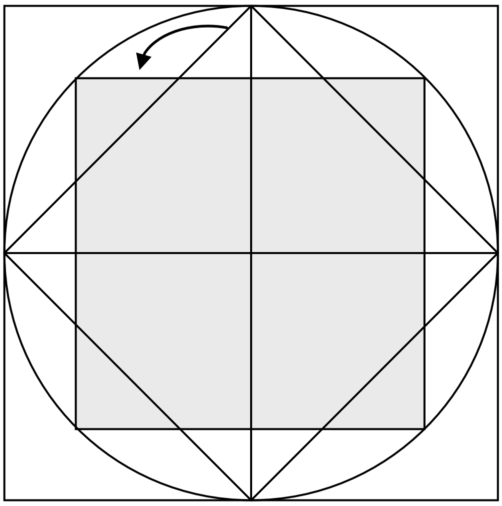
geometrisches *höheres* *breiteres Quadrat*

Das Spiel geht weiter, wenn man nach Gefühl die Mitte eines Quadrates einzeichnen will. Sie liegt in den allermeisten Fällen etwas höher als der Kreuzungspunkt der beiden Diagonalen. Diese leicht erhöhte «optischen Mitte» ist einer der Gründe dafür, daß Satzspiegel niemals in der Mitte der Seite stehen, sondern etwas darüber.



Geometr. Mitte *Optische Mitte*

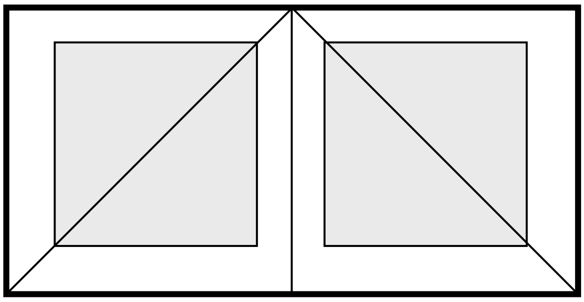
Für das Verhältnis von Seitenfläche und Schriftfeld bei Quadratcodices könnte man verwandte Probleme aus der Architektur herbeiziehen und für den Text bei gleicher Proportion (d.h. ebenfalls quadratisch) die halbe Fläche der Seite reservieren. Schon die Pythagoräer beschäftigten sich mit der Frage, wie man in einem Quadrat ein Quadrat der halben Fläche konstruiert, und kamen zu folgender Lösung:



Das Quadrat wird durch ein Kreuz in vier kleine Quadrate unterteilt, von denen jedes durch eine Diagonale zweigeteilt wird. Die vier Diagonalen bilden zusammen ein neues Quadrat, welches die halbe Fläche des großen hat. Es muß nur noch auf einem Zirkelkreis um 45 Grad gedreht werden.

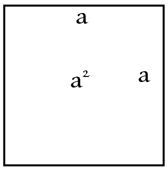
Man findet dieses Verhältnis in griechischen, römischen oder arabischen Innenhöfen ebenso wie in mittelalterlichen Klöstern: Dem Innenhof und dem Kreuzgang dieselbe Fläche zuzugestehen, hatte für die damaligen Architekten sicher eine symbolische Bedeutung, außerdem war es eine gefällige Proportion. Auch der schon erwähnte Villard de Honnecourt präsentiert im 13. Jh. eine solche Zeichnung in seinem «Bauhüttenbuch» und kommentiert: «(P)ar chu fait om on clostre autretant es voies com el prael» («*Auf diese Weise macht man einen Kreuzgang, bei dem der Weg gleich viel ist (d.h. ebenso viel Fläche hat) wie der Garten*»). Also gleicher Wert für die innere und äußere Welt.

Die Idee läßt sich leicht auf das Verhältnis von Seite zu Schriftfeld in Quadratcodices übertragen. Ein Satzspiegel darf allerdings nicht zentriert sein wie ein Innenhof. Bei einer Einzelseite sollte er etwas höhe liegen als die Mitte; bei Doppelseiten ist eine zusätzliche Korrektur in Richtung Falz notwendig. Am besten wird der Satzspiegel nach Gefühl auf einer Diagonalen leicht nach oben-innen verschoben:



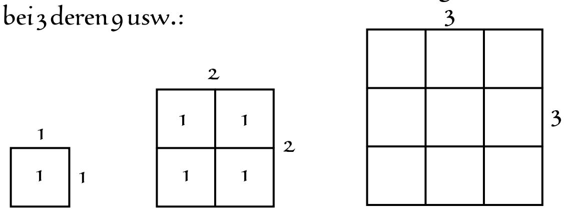
Die Idee eines Schriftfeldes gleicher Proportion, aber halber Fläche der Seite soll uns im Weiteren (für das Din-Format; S. 23) ebenso im Hinterkopf bleiben wie die Vorstellung, daß Quadrat und Diagonale auch ein wichtiges Element der folgenden Formatgruppe enthalten: Die geometrisch konstruierte Wurzel.

Geometrische Herleitung der Wurzel aus dem Quadrat:



Die Fläche eines Quadrates auszurechnen, fällt keinem von uns schwer: Wir multiplizieren einfach die beiden Seitenlängen (hier a genannt) und erhalten, da die Seiten gleich sind, eine quadratische Zahl (a^2).

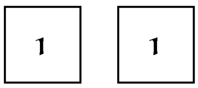
Ist die Seitenlänge 1 Längeneinheit, ergibt sich für die Fläche 1 Flächeneinheit; bei einer Seitenlänge 2 sind es 4, bei 3 deren 9 usw.:



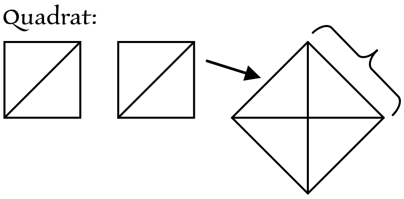
Die Vorstellung, aus einer Quadratfläche von 1, 4 oder 9 Flächeneinheiten wieder auf eine Seitenlänge von 1, 2 oder 3 zurückzuschließen, fällt uns ebenso leicht wie die erste Aufgabe. Mathematisch bezeichnet man das Quadrat auf einer Strecke durch die hochgestellte 2; wenn man jenes Produkt zurückrechnen will, sucht man dessen Wurzel ($\sqrt{\ }$). In Zahlen ausgedrückt:

$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$

Schwierig wird es dann, wenn man die Wurzel von «Flächen» sucht, deren «Grundseite» man nicht kennt. Arithmetisch ist das Berechnen der Wurzeln von 2, 3, 5 usw. anspruchsvoll und führt zu irrationalen Zahlen. Die Wurzel der Fläche 2 läßt sich hingegen geometrisch sehr leicht darstellen:



Gesucht ist ein Quadrat der Fläche 2. Wir teilen dazu zwei Quadrate der Fläche 1 diagonal in je zwei Dreiecke und bauen aus den 4 Dreiecken ein neues Quadrat:



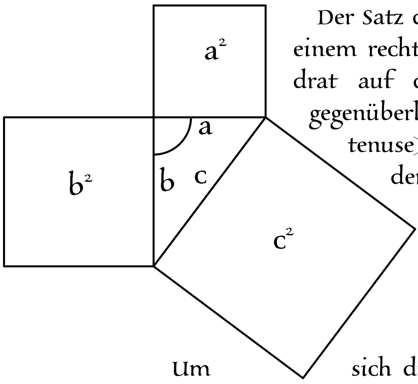
Seite eines Quadrats mit 2 Flächeneinheiten ($\sqrt{2}$).

Oben haben wir gesehen, daß die Seite eines Quadrats einer bestimmten Fläche als dessen Wurzel geschrieben werden kann. Die gefundene Seitenlänge eines Quadrats der Fläche 2 ist also die gesuchte $\sqrt{2}$. Es handelt sich um die Diagonale in einem Quadrat mit Seitenlänge 1.

Die Diagonale in einem Quadrat ist damit das $\sqrt{2}$-fache der Seitenlänge. Um zu $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ usw. zu kommen, gibt es leider keine unmittelbar anschaulichen Spielchen mit diagonal geschnittenen Quadraten. Doch auch hier steht uns es eine einfache geometrische Methode zur Verfügung, nämlich diagonal geschnittene Rechtecke. Für deren Verständnis muß der Satz des Pythagoras herangezogen werden:

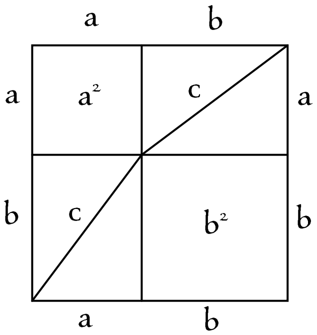
Der Satz des Pythagoras

Fast jeder erinnert sich aus der Schulzeit an die Formel $a^2 + b^2 = c^2$. Doch wer bringt den geometrischen Beweis noch zustande? Hier ist er:

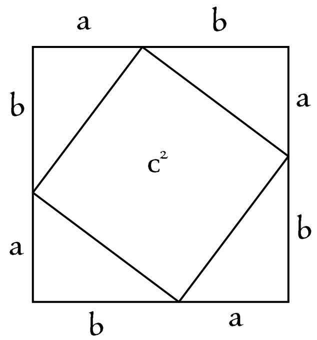


Der Satz des Pythagoras besagt, daß in einem rechtwinkligen Dreieck das Quadrat auf dem dem rechten Winkel gegenüberliegenden Schenkel (Hypotenuse) gleich groß ist wie die Summe der beiden an den rechten Winkel anstoßenden Quadrate (auf den Katheten): $c^2 = a^2 + b^2$

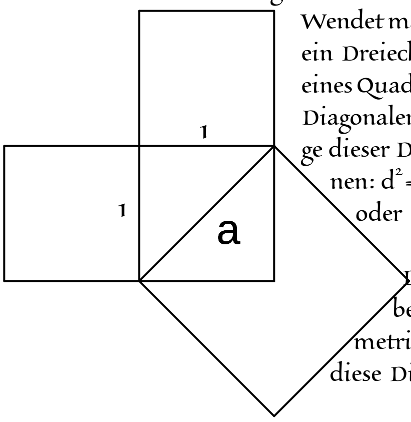
Um sich die Richtigkeit des Satzes vor Augen zu führen, genügt es, ein großes Quadrat zu zeichnen, dessen Seitenlänge a + b ist und dessen Fläche aus den Quadraten a^2, b^2 und zwei Rechtecken $a \times b$ besteht:



c ist ebenfalls vorhanden, und zwar als Diagonale der Rechtecke $a \times b$.



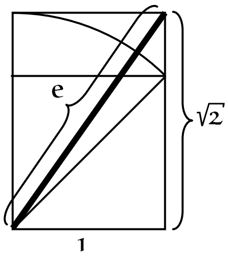
Danach werden die Flächen umgebaut: Die vier Dreiecke der vorangegangenen Zeichnung werden in die Ecken des großen Quadrats versetzt. Zwischen ihnen entsteht ein schräggestelltes Quadrat mit Seitenlänge c. Vergleicht man die beiden Zeichnungen, erkennt man, daß c^2 die gleiche Fläche einnehmen muß wie vorher die beiden Quadrate a^2 und b^2. Der Satz des Pythagoras ist damit geometrisch bewiesen.



Wendet man den Satz des Pythagoras auf ein Dreieck an, das aus den zwei Seiten eines Quadrates mit Seitenlänge 1 und der Diagonalen d besteht, kann man die Länge dieser Diagonalen als $\sqrt{2}$ ausrechnen: $d^2 = 1^2 + 1^2$ bzw. $d = \sqrt{1^2 + 1^2}$ oder $d = \sqrt{2}$.

Dadurch bestätigt sich der bereits weiter oben geometrisch gefundene Wert für diese Diagonale.

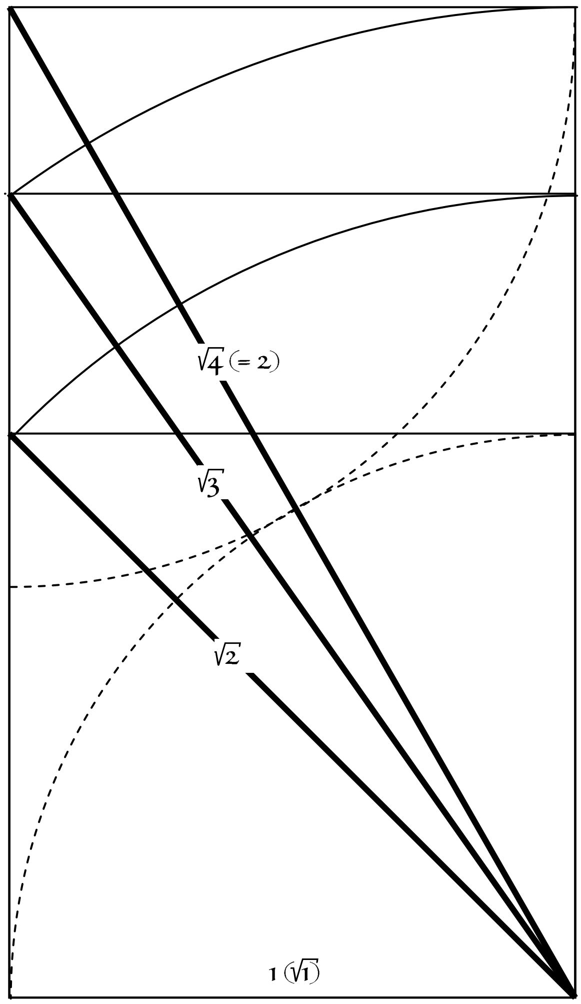
Mit Hilfe des Pythagoras gelingt es uns nun aber auch, den Wert $\sqrt{3}$ darzustellen: $\sqrt{3}$ (hier als e bezeichnet) ist nämlich die Diagonale im Rechteck $1 : \sqrt{2}$:



$$e^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$$
$$e^2 = 1 + 2$$
$$e = \sqrt{1+2}$$
$$e = \sqrt{3}$$

In entsprechender Weise können auch $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$ usw. gefunden werden: $\sqrt{4}$ ist die Diagonale im Rechteck $1 : \sqrt{3}$.

Die beiden gestrichelten Viertelkreise in der untenstehenden Zeichnung dienen dem Beweis, daß die Diagonale mit Länge $\sqrt{4}$ wirklich doppelt so lang ist wie die Grundseite 1. Stellt man die Diagonale mit Länge $\sqrt{4}$ senkrecht, erhält man ein neues Rechteck mit Proportion $1 : \sqrt{4}$ bzw. 1:2. Die Diagonale in diesem Rechteck ist $\sqrt{5}$ usw.

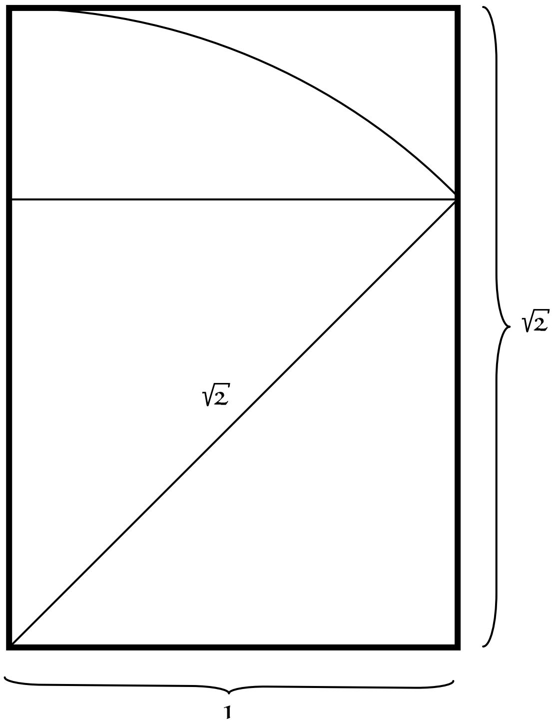


Die Konstruktion von $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$

3. Wurzelproportionen

Die heute bekannteste Wurzelproportion ist sicher das DIN-Format. DIN steht ursprünglich für das *Deutsche Institut für Normung*, welches 1917 gegründet wurde. Das DIN-Format der A-Reihe geht von drei einfachen Voraussetzungen aus:

① Die Proportion des Blattes ist 1 : $\sqrt{2}$. Dies ist das einzige Format, das halbiert oder verdoppelt dieselbe Proportion hat.
② Der ganze Bogen (Plakat, Weltformat oder DIN A 0-Bogen) hat eine Fläche von einem Quadratmeter.
③ Das Gewicht des Din A 0 - Bogens bzw. des Quadratmeters ist das Papiergewicht.

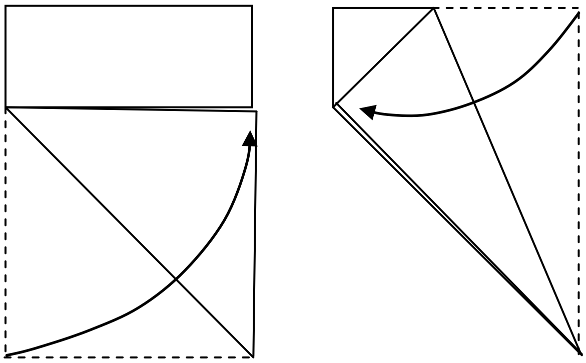


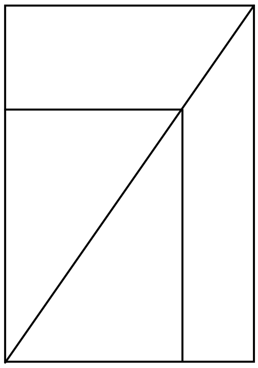
Die Proportion des Din-Formats

Die Proportion 1: $\sqrt{2}$ hat zweifellos schon früher existiert (Vitruv nennt sie z.B. als mögliche Proportion für einen Innenhof; 6. Buch der Baukunst, 3. Kapitel), doch bei Papierformaten sicher ohne die Verknüpfung mit dem Metermaß und dem Grammgewicht.

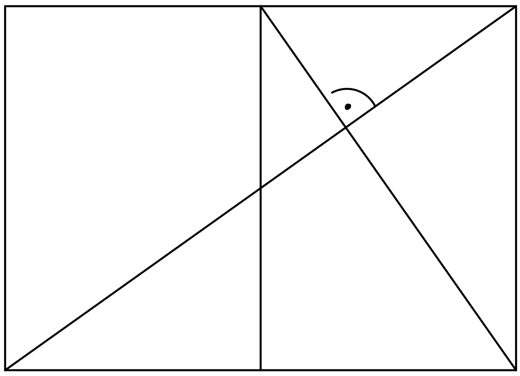
Ein halbierter DIN A 0-Bogen, also DIN A 1, hat nicht nur die halbe Oberfläche, sondern auch das halbe Gewicht des ganzen Bogens; ein A 2-Bogen ein Viertel, ein A 3-Bogen ein Achtel usw. Legt man also einen Bogen des Briefformats A 4 auf die Waage und multipliziert mit 16, ergibt sich das Papiergewicht.

Zum Beweis, daß die Seitenhöhe eines Blattes im Din-Format genau der Diagonalen im Quadrat auf seiner kurzen Seite entspricht, nehme man einen DIN A 4-Bogen, falte eine Ecke hoch, um ein Quadrat auf der kurzen Seite zu erhalten, und falte danach die unversehrte lange Seite wie eine spitze Tüte auf die erste Diagonale:





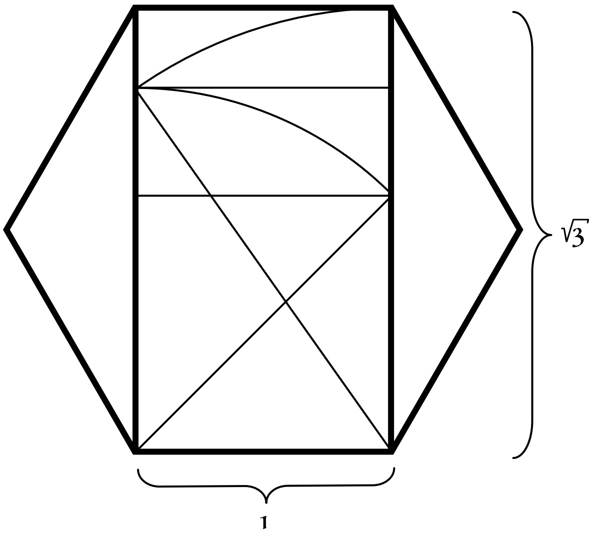
Ebenso vergnüglich ist der Beweis der Proportionsgleichheit von A4 und A5: Man lege einen gefalteten A4-Bogen an einer Ecke eines ungefalteten Bogens an und ziehe eine Diagonale quer über das große Blatt. Die freie Ecke des gefalteten Blattes muß von der Diagonalen durchschnitten werden. Mit Hilfe der Diagonalen kann man nicht nur die Proportionsgleichheit von Rechtecken beweisen, man kann auch ein beliebiges Rechteck proportional verkleinern oder vergrößern.



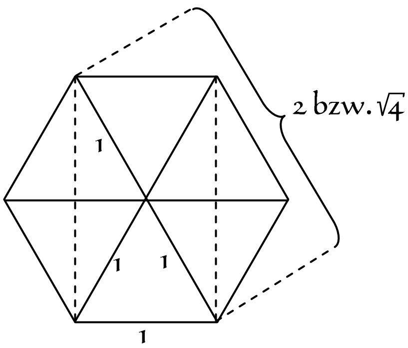
Die Proportionsgleichheit von ganzem und halbem Boden im Din-Format bringt mit sich, daß auf einer Doppelseite die Diagonalen der einzelnen Seite und der Doppelseite im rechten Winkel zueinander stehen.

In der Realität können sich beim Din-Format minimale Ungenauigkeiten bei der Proportionsgleichheit von ganzen und halben Bögen ergeben, weil die Industrie nicht die präzise geometrische Konstruktion, sondern auf ganze Millimeter gerundete Zahlen verwendet. Der Din A 0-Bogen wird auf 841 × 1189 mm geschnitten und ist damit ein wenig kleiner als ein Quadratmeter, obwohl die Breite leicht aufgerundet und die Höhe leicht abgerundet wird. Unser Auge hat ohnehin Mühe, die Proportionen so zu sehen, wie sie konstruiert sind: Die meisten Leute finden spontan den Din A5-Bogen (14.8 × 21 cm; Quotient 0.704…) breiter als den Din A4-Bogen (21 × 29.7 cm; Quotient 0.707…), obwohl er bei den gerundeten Maßen in Wirklichkeit proportional minimal schmaler ist.

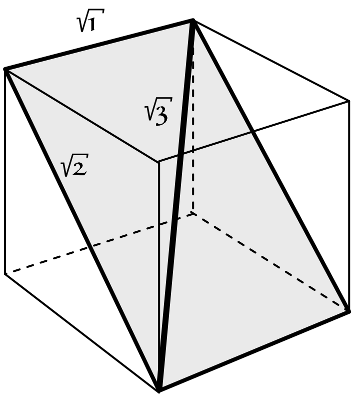
Auch das Buchformat 1: $\sqrt{3}$ ist eine erwägenswerte Proportion zwischen 5:9 und 3:5; es liegt sehr nahe bei 4:7. Das Rechteck der Proportion 1: $\sqrt{3}$ ist übrigens auch im regelmäßigen Sechseck enthalten:



Die Diagonale dieses Rechtecks ist $\sqrt{4}$ bzw. 2, was dadurch bestätigt wird, daß das regelmäßige Sechseck aus sechs regelmäßigen Dreiecken (gleicher Kantenlänge) besteht:



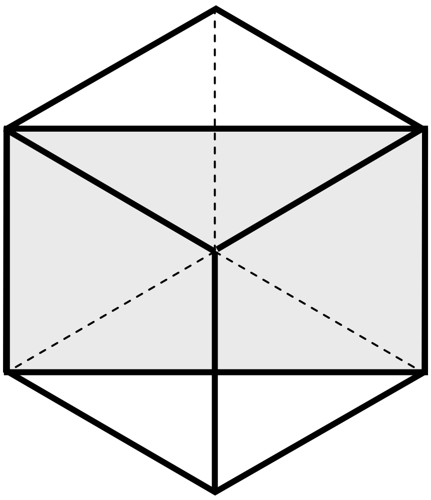
Das Din-Format läßt sich auch durch ein räumliches Modell vor Augen führen: Man konstruiert einen Würfel, welcher sich diagonal in zwei Teile zerlegen läßt (Zeichnung). Die offene Innenfläche beider Teile stellt ein Rechteck in der Proportion des DIN-Formats dar.



Die Strecken stimmen natürlich nur im räumlichen Modell. In der perspektivischen Zeichnung sind sie verzerrt.

Die parallelperspektivische Ansicht eines Würfels, dessen vordere Ecke genau im Zentrum der Zeichnung steht, ist deckungsgleich mit einem regelmäßigen Sechseck.

Kurioserweise ist die Proportion des grau eingetönten Rechtecks, im flachen Sechseck gesehen, 1: $\sqrt{3}$; im räumlichen Würfel aber 1: $\sqrt{2}$.



Die Diagonale im Rechteck 1: $\sqrt{2}$ ist, wie wir weiter oben gesehen haben, das $\sqrt{3}$-fache der Grundseite. Da es gleichzeitig die räumliche Diagonale im Würfel darstellt, ist es einleuchtend, daß $\sqrt{3}$ auf französisch «racine cube» (kubische Wurzel) heißt. Die $\sqrt{2}$ wird dort (als Diagonale im Quadrat) entsprechend «racine carrée» (Quadratwurzel) genannt. Das räumliche Modell wird allerdings nach der dritten Dimension schwer vorstellbar; wer kann sich schon einen Raum mit vier Dimensionen vorstellen, um zur $\sqrt{4}$ zu kommen? Die Methode der Diagonalen in Quadraten und Rechtecken (S. 8) ist deshalb für die Darstellung von Wurzelproportionen geeigneter als das räumliche Modell.

Anmerkung für Fanatiker / innen:
Der Würfel ist die räumliche Projektion eines Überwürfels mit vier Dimensionen, ebenso wie das Quadrat die flächige Projektion eines Würfels und die Strecke die eindimensionale Projektion eines Quadrates ist.

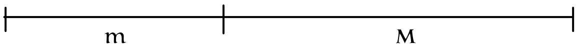
4. Proportionen im Goldenen Schnitt

Beim Goldenen Schnitt (= *Stetige Teilung*) handelt es sich um eine Proportion, die nachgewiesenermaßen in Wachstum und Bewegung der belebten und unbelebten Natur eine Rolle spielt. Sie liefert uns einige sehr schöne Rechtecke und bietet Anlaß zu vergnüglichen geometrischen Spielereien. Bücher im Format des Goldenen Schnitts waren in der Renaissance beliebt; die Proportionen der meisten heutigen Taschenbuchreihen liegen zumindest sehr nah daran.

Es besteht eine Verwandtschaft zwischen den einfachen Wurzelproportionen und dem Goldenen Schnitt. Während bei ersteren vor allem die $\sqrt{2}$ eine Rolle spielt, läßt sich letzterer auch arithmetisch über die $\sqrt{5}$ berechnen: Das Verhältnis des Goldenen Schnitts ist

$$1 : \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \textit{bzw.} \quad 1 : 1.618\ldots$$

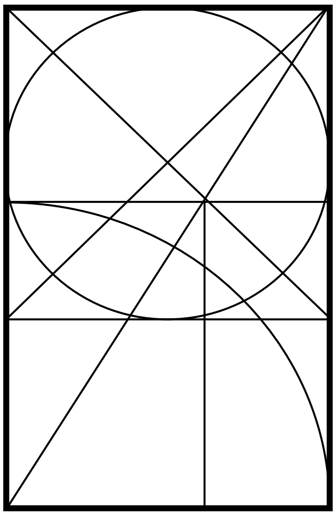
Geometrisch läßt sich dieses Verhältnis durch zwei unterschiedlich lange Strecken darstellen, wobei die kürzere klein m, die größere groß M genannt wird:



Die beiden Strecken addiert haben das gleiche Verhältnis zu der größeren der beiden wie die größere zur kleineren:

$$\frac{m+M}{M} = \frac{M}{m}$$

Das Rechteck im Goldenen Schnitt wirkt relativ schmal und liegt zwischen den Proportionen 3:5 und 5:8. Aus dem Schema auf S. 5 ist ersichtlich, daß es näher bei 5:8 als bei 3:5 liegt. Eine seiner Eigenheiten ist es, daß beim Einbeschreiben eines kleineren Rechtecks im Goldenen Schnitt, dessen lange Seite gleich ist wie die kurze des großen, exakt ein Quadrat übrigbleibt (siehe Kreis). Dies ist ein Hinweis darauf, daß in Systemen, bei denen der Goldene Schnitt verwendet wird, Strecken entweder in seinem Verhältnis proportioniert oder aber gleich sind.



Sieben Methoden der Annäherung an den Goldenen Schnitt

Erste Methode

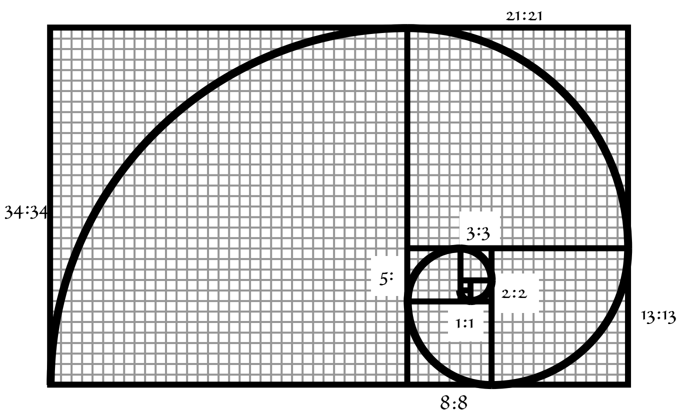
Die einfachste Annäherung an den Goldenen Schnitt führt über ein einfaches Zahlenspiel, die sogenannte «Lamé'sche Reihe» (benannt nach dem französischen Mathematiker Gabriel Lamé, 1795–1870), die auch nach dem Turiner (?) Mathematiker Fibonacci benannt ist (Leonardo di Pisa; sein Rechenbuch «Liber abachi» vollendete er in Jahr 1204). Man beginnt mit den Grundzahlen 0 und 1, stellt die beiden Zahlen sich gegenüber und addiert sie. Diese Summe beider Zahlen und die jeweils größere Zahl bilden das folgende Paar:

1 : 1
2 : 1
3 : 2
5 : 3
8 : 5
13 : 8
21 : 13
34 : 21

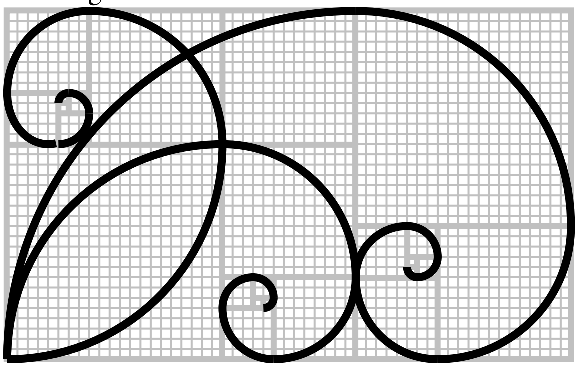
und so weiter. Man kann sich diese Proportionen auch bildhaft als Rechtecke vorstellen, von denen das erste breiter ist als der Goldene Schnitt, das zweite schmaler, das dritte wieder breiter usw. Die Idealproportion des Goldenen Schnitts pendelt zwischen diesen Annäherungen hin und her, um sie erst in der Unendlichkeit zu erreichen. Die in manchen Büchern für den Goldenen Schnitt vorgeschlagene Proportion 3:5 oder 5:8 ist also noch eine sehr ungenaue Annäherung.

Der Ausgangspunkt Fibonaccis zu dieser Zahlenreihe war ein Gedankenspiel zur Vermehrungsrate einer Kaninchenfamilie im Inzucht-Betrieb. Fibonacci ging dabei von theoretischen Größen aus (die Kaninchen sterben nie, und jeden Monat zeugt jedes Paar ein Weibchen und ein Männchen, die ebenfalls nach einem Monat fruchtbar sind). Die Fibonacci-Reihe bezieht sich auf die Anzahl Paare, die jeweils im Monatsrhythmus zur Verfügung stehen.

Die Lamé'sche Zahlenreihe 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 usw. läßt sich auf kariertem Papier auch geometrisch durch eine Spirale darstellen, die eine Annäherung an die Spirale im Goldenen Schnitt darstellt:



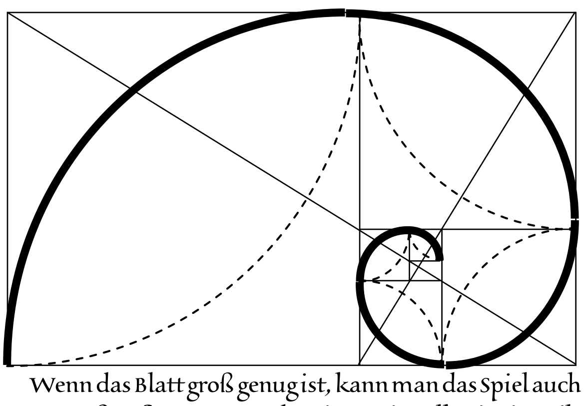
Man beginnt mit zwei Quadraten der Seitenlänge 1 zu 1, fügt ein Quadrat der Seitenlänge 2 dazu, dann eines mit 3, 5, 8, 13 usw., und zeichnet jeweils die eine Spirale bildenden Viertelkreise ein. Je größer die Konstruktion, umso mehr nähert man sich dem Goldenen Schnitt an. Ganz innen sind die Proportionen freilich nur eine grobe Annäherung daran.



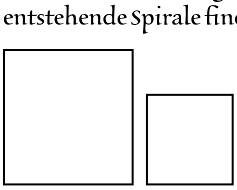
Die Kombination der Goldenen Spirale zu einem Flächenmuster (hier vereinfacht auf dem Linienraster) kann brauchbare Formen für Arabesken und Schnörkel zu Anglaise und Fraktur liefern.

Die Spirale im Goldenen Schnitt

Hat man das Rechteck im Goldenen Schnitt einmal präzise konstruiert, kann man die Goldene Spirale auch von außen nach innen darstellen. Man beginnt mit einem Rechteck im Goldenen Schnitt, zeichnet ein Quadrat auf der kurzen Seite hinein und in das Quadrat einen Viertelkreis mit Mittelpunkt an einer der inneren Ecken des Quadrats. Was von dem großen Rechteck übrigbleibt, ist wiederum ein (kleineres) Rechteck im Goldenen Schnitt. Man zeichnet wieder ein Quadrat auf der kürzeren Strekke hinein und den Viertelkreis dazu, der an den großen Viertelkreis anschließt. Das Spiel wird fortgesetzt, solange man noch etwas erkennen kann:



Wenn das Blatt groß genug ist, kann man das Spiel auch gegen außen fortsetzen und weitere Viertelkreise jeweils im Quadrat auf der großen Rechteckseite zeichnen. Die entstehende Spirale findet sich z.B. im Bau von Ammoniten und Schnecken, in der Form von Pflanzen und Früchten, in der Flugbahn von auffliegenden Vögeln, in Wirbelstürmen, in der Bewegung ablaufenden

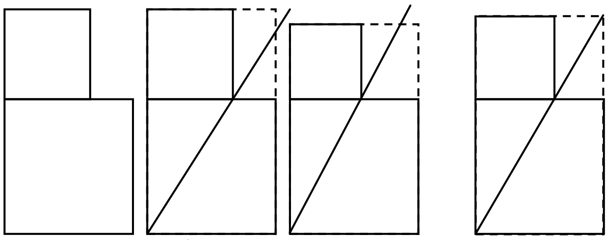


Wassers usw. Der geometrisch konstruierte Verlauf ist nicht ganz korrekt, weil sich der Radius der Viertelkreise beim Übergang von einem zum anderen abrupt ändert. Sie müßten deshalb auf einer Seite etwas abgeflacht und auf der anderen stärker gerundet sein (in der Abbildung wurden diese kleinen Korrekturen nach Augenmaß gemacht).

Zweite Methode

Man kann ein Gefühl für den Goldenen Schnitt entwikkeln, indem man zwei unterschiedlich große Quadrate zeichnet. Ziel ist es, zwei Quadrate zu finden, deren Kantenlängen im Goldenen Schnitt zueinander stehen.

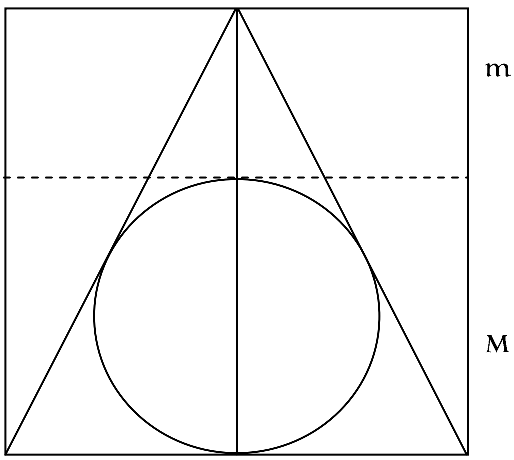
Dann setzt man das kleinere Quadrat auf das große, bündig mit einer von dessen Senkrechten (a):



a b c d

Danach setzt man eine Diagonale ein, die die untere äußere Ecke des großen Quadrates und die untere innere Ecke des kleines Quadrates durchschneidet (b). Ziel ist es, mit derselben Diagonalen auch die obere Ecke eines beide Quadrate umfassenden Rechtecks zu durchschneiden. Führt die Diagonale unterhalb von dessen Ecke durch, ist das kleine Quadrat zu groß (b). Führt es oberhalb vorbei, ist das kleine Quadrat zu klein (c). Nur wenn die Diagonale alle drei Ecken durchschneidet (d), wurde der Goldene Schnitt gefunden, und zwar in den Proportionen des Rechtecks als auch im Verhältnis des großen Quadrats zum kleinen.

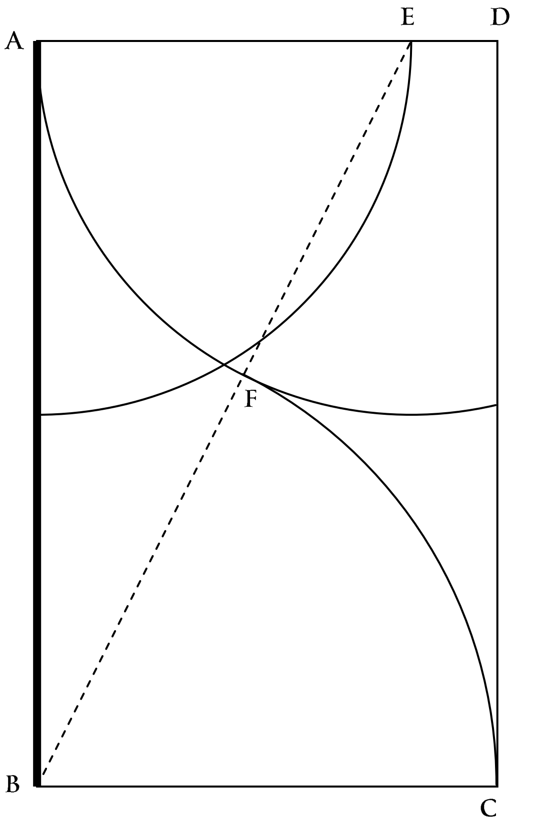
Dritte Methode



Geometrisch findet sich der Goldene Schnitt auch im Verhältnis zwischen Quadrat, Dreieck (Grundseite = Höhe) und Kreis. Der Kreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden im Dreieck.

Vierte Methode

Für das Rechteck im Goldenen Schnitt gibt es verschiedene Konstruktionen. Man kann sowohl von der längeren als auch von der kürzeren Seite ausgehen. Ist die längere Seite gegeben, empfiehlt sich die folgende Konstruktion:



①AB ist gegeben. Zeichne eine Senkrechte auf A (AD) und auf B (BC). Bestimme die Mitte von AB und übertrage die Länge der Strecke ½ AB auf die Gerade AD. Du findest E.

②Verbinde B mit E.

③Schlage einen Kreis um E mit dem Radius ½ AB und markiere den Schnittpunkt mit der Geraden durch BE. Du findest F.

④Schlage einen Kreis um B mit dem Radius BF. Du findest C.

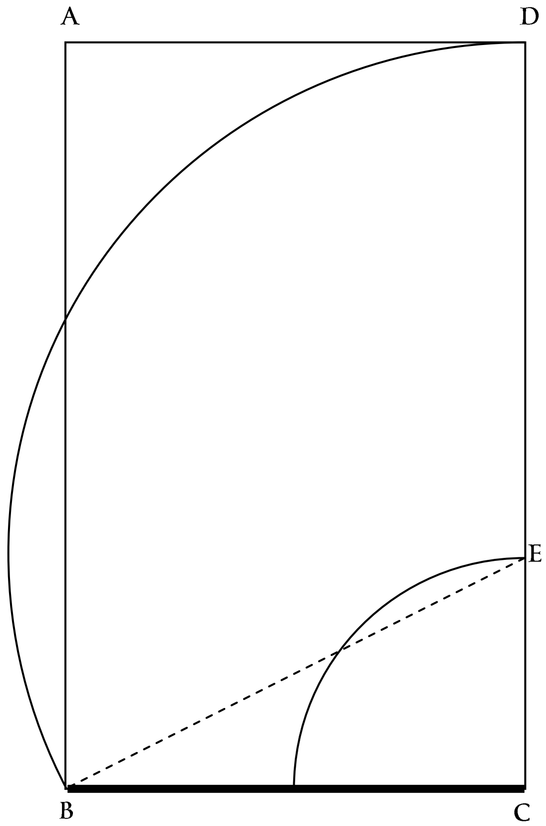
⑤ABCD ist ein Rechteck im Goldenen Schnitt.

Anmerkung:

Nach den Erklärungen auf S. 8 lassen sich die gestrichelten Strecken BE als das $\sqrt{5}$-fache der halben Höhe (vierte Methode) bzw. halben Breite (fünfte Methode) der Rechtecke erkennen. Dies als Illustration zu der Formel zu Beginn auf S. 11.

Fünfte Methode

Ist hingegen die kürzere Seite gegeben, bietet sich folgendes Vorgehen an:



①BC ist gegeben. Zeichne genügend hohe Senkrechten auf B und C.

②Bestimme die Mitte von BC und übertrage das Maß durch einen Zirkelschlag auf die Senkrechte auf C. Du findest E.

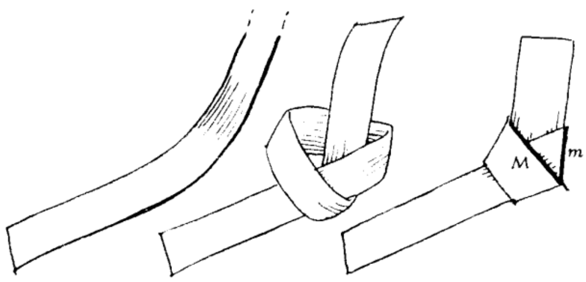
③Verbinde E mit B.

④Schlage einen Kreis um E mit dem Radius BE. Der Schnittpunkt mit der Geraden CE ist D. Die Strecken BE und ED sind gleich.

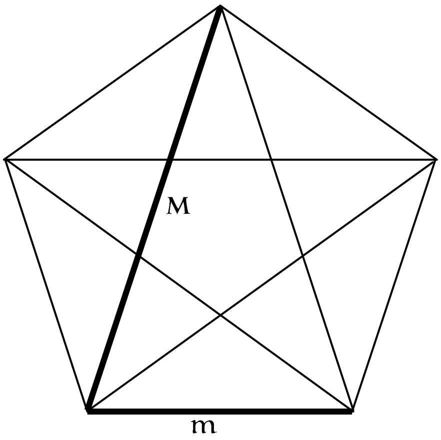
⑤ABCD ist ein Rechteck im Goldenen Schnitt.

Sechste Methode

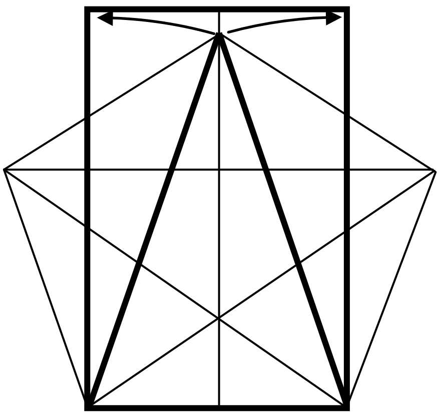
Eine ganz einfache und sehr eindrückliche «Konstruktion» des Goldenen Schnitts besteht darin, einen Knoten in einen Streifen Papier zu machen. Der flachgedrückte Knoten erweist sich als regelmäßiges Fünfeck:



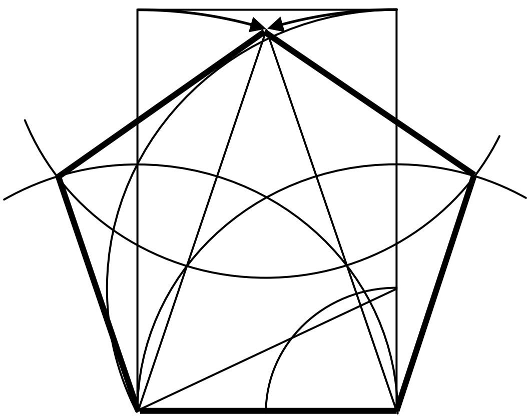
Im Fünfeck stehen die Außenkanten und die Diagonalen im Goldenen Schnitt zueinander:



Einfaches Senkrechtstellen von M genügt, um zum Rechteck im Goldenen Schnitt zu gelangen:

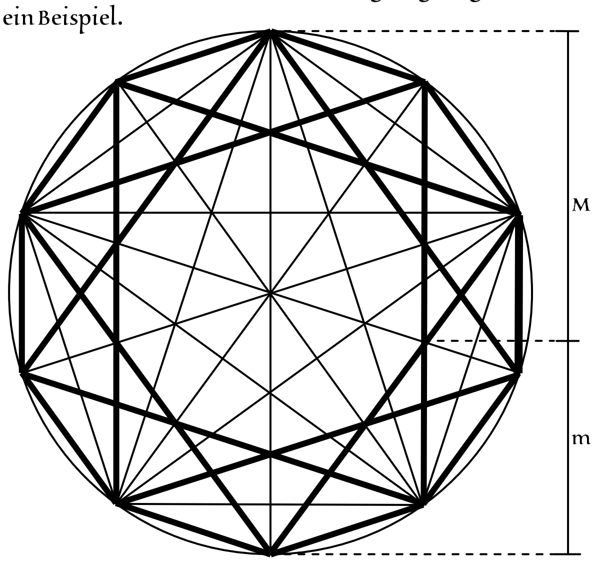


Umgekehrt kann man leicht ein Fünfeck aus einem Rechteck im Goldenen Schnitt konstruieren: Man konstruiert dieses nach der fünften Methode (vorhergehende Seite rechts), kippt die beiden Senkrechten zu einem Dreieck zusammen und findet mit drei Zirkelkreisen die fehlenden zwei Ecken des Fünfecks:



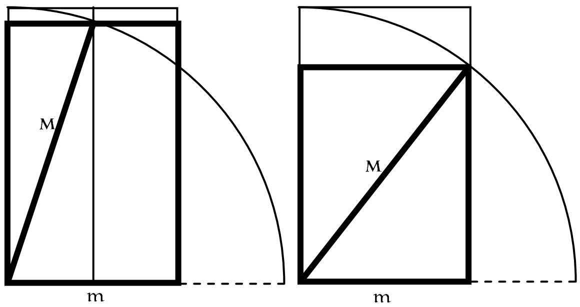
Siebte Methode

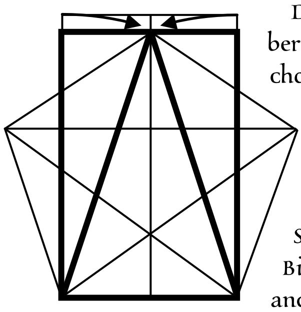
Auch im Zehneck findet sich der Goldene Schnitt. Alle der im Zehneck vorhandenen Streckenabschnitte, auch die der sich kreuzenden Diagonalen, sind entweder gleich oder stehen direkt oder indirekt im Goldenen Schnitt zueinander. In die Zeichnung eingetragen ist nur ein Beispiel.



Andere Rechtecke, die den Goldenen Schnitt enthalten

Es gibt nicht nur ein Rechteck im Goldenen Schnitt. Die lange Seite kann zum Beispiel auch die Diagonale des halben (links) oder ganzen Rechtecks sein (rechts):

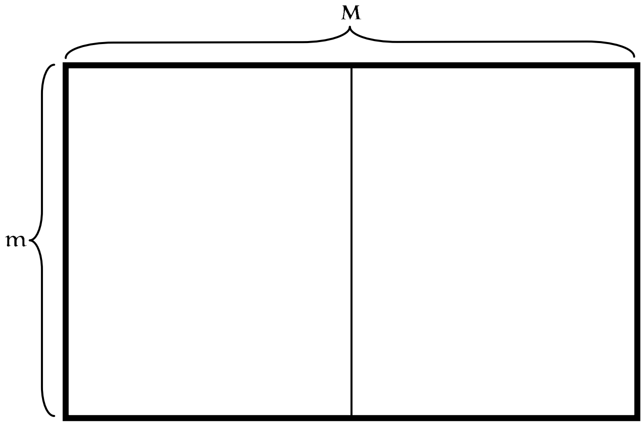




Das erste Rechteck wird in der bereits erwähnten Arbeit Tschicholds als «wenig bekanntes, sehr schönes Rechteck aus dem Fünfeck» beschrieben. Es ist in Wahrheit nichts anderes als ein normales Rechteck im Goldenen Schnitt, dessen lange Seiten bis zur Bildung eines Dreiecks gegeneinandergelehnt werden, wobei die Höhe des entstandenen Dreiecks als Höhe des neuen Rechtecks verwendet wird.

Das zweite Rechteck (rechts oben), bei dem der Goldene Schnitt in der Proportion Bildbreite zu Bilddiagonale vorkommt, ist in Miniaturen des französischen Buchmalers Jean Foucquet nachgemessen worden. Die Proportion ist nur wenig schmaler als 4:5.

Denkbar ist auch, die Doppelseite eines aufgeschlagenen Buches im Goldenen Schnitt zu konstruieren. Das Format der erhaltenen Einzelseite hat einen Quotienten (Breite : Höhe) von ca. 0.81 und ist damit etwas breiter als das Format 4:5.



Das Format eignet sich gut für zweispaltige Textfelder. Die Konstruktion wurde 1985 bei der St. Galler Waldhandschrift (Cod. Sang. 1999) angewendet.

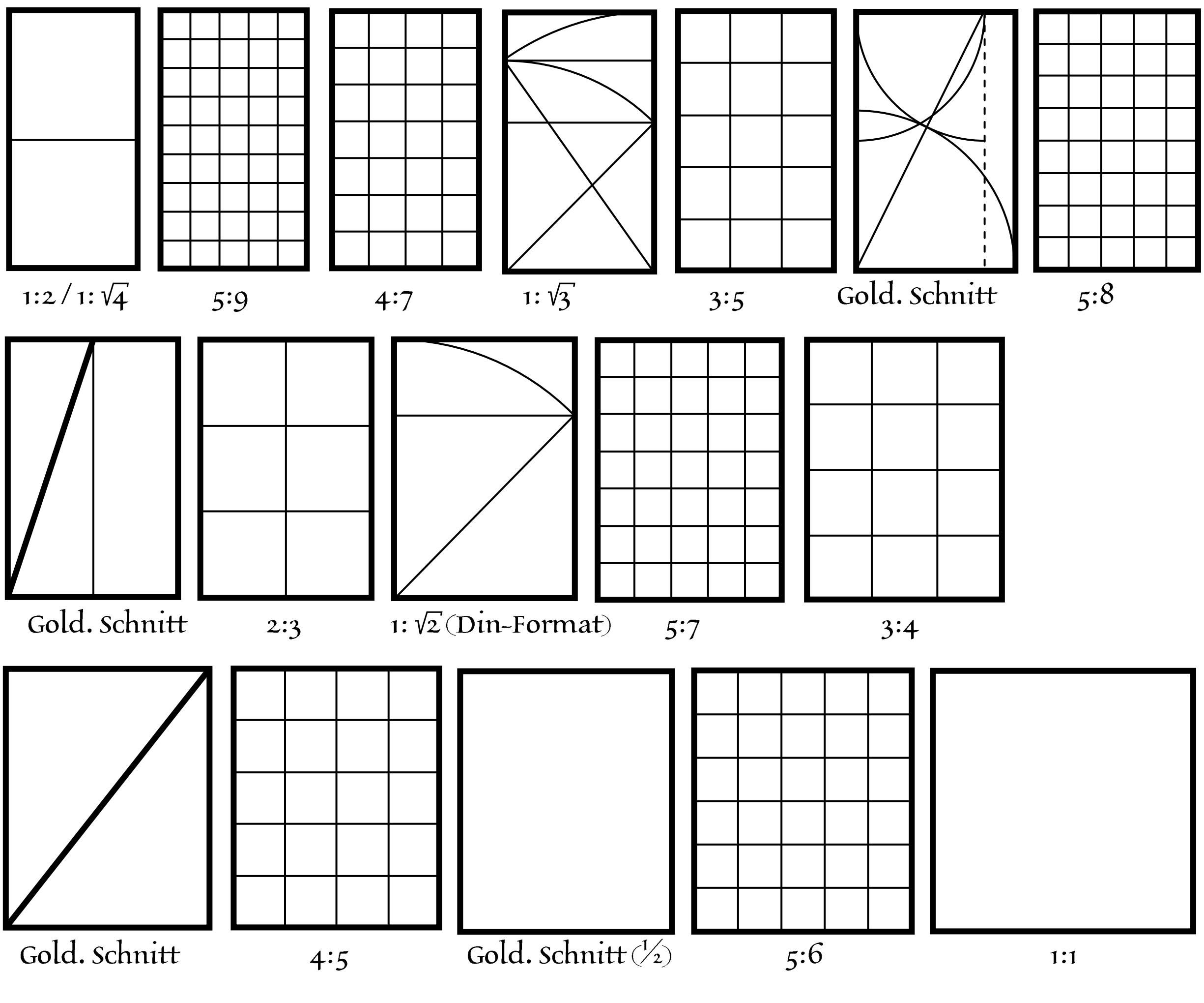
Das folgende Schema faßt noch einmal die in diesem Kapitel beschriebenen Rechteckformate der Größe nach zusammen. Zum besseren Vergleich wurde stets die gleiche Höhe beibehalten. Dividiert man jeweils die Breite durch die Höhe, gelangt man zu folgenden Quotienten:

Proportion	Quotient	Proportion	Quotient
1:2	0.5	3:4	0.75
5:9	0.555...	7:9	0.777...
4:7	0.571...	GS *Diagonale*	0.786...
1:√3	0.577...	4:5	0.8
3:5	0.6	GS (½)	0.809...
GS *normal*	0.618...	5:6	0.833...
5:8	0.625	6:7	0.857...
GS ½ *Diag.*	0.649...	7:8	0.875
2:3	0.666...	8:9	0.888...
1:√2	0.707...	1:1	1
5:7	0.714...		

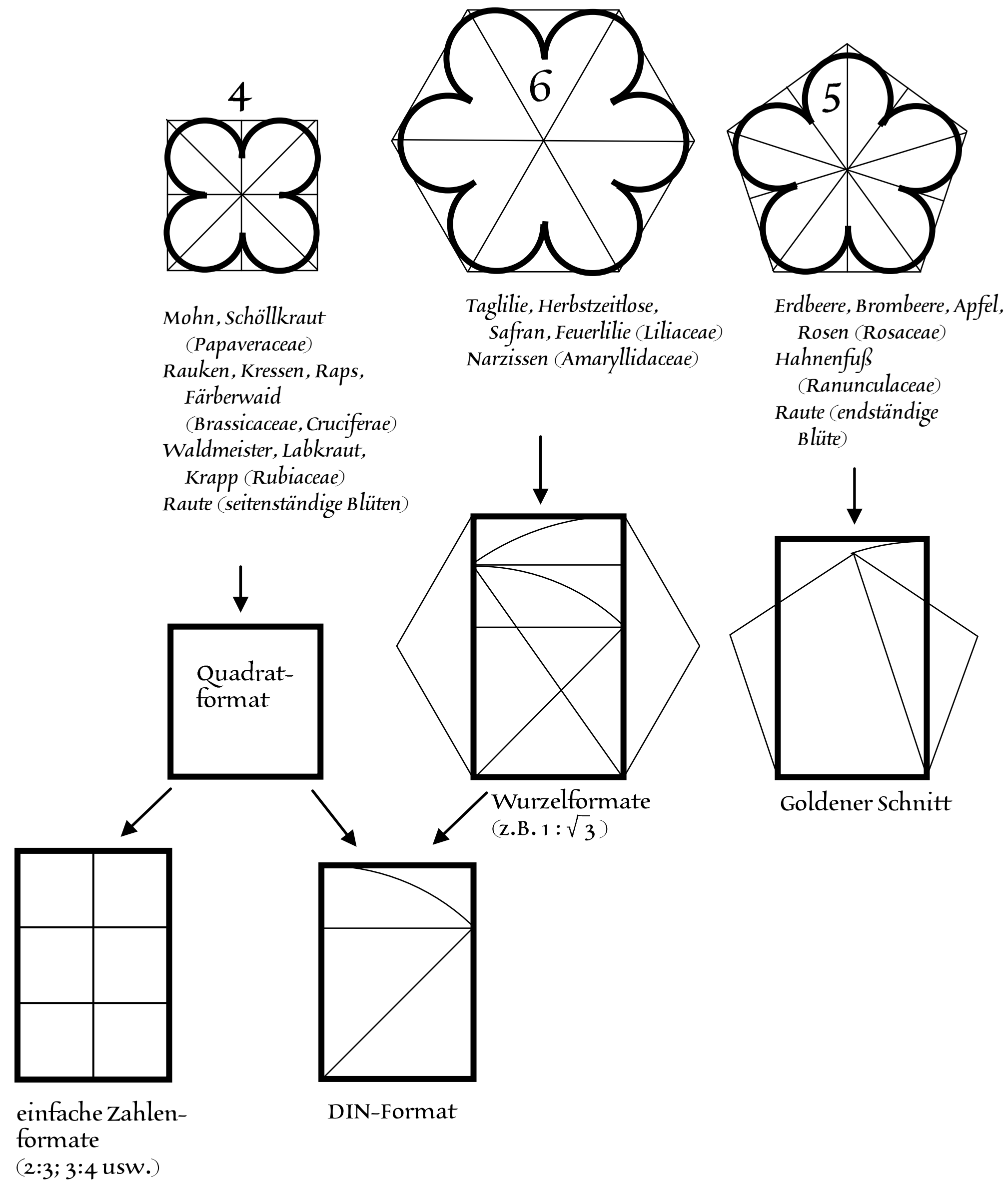
GS = *Goldener Schnitt*

Geometrisch erzeugte Rechteckformate im Vergleich

zwischen 1:2 und 1:1, mit zunehmender Breite:



Herleitung der geometrischen Seitenformate aus Blütensymmetrien:



Anmerkung: *Das Suchen von Blüten auf einer Sommerwiese und das darauffolgende Abstrahieren ihrer Symmetrien ist eine besonders eindrückliche Methode, um zu zeigen, daß sich selbst geometrische Rechtecke unmittelbar aus der Natur ableiten lassen.*

II. Teil: Buchseitenkonstruktionen

Einzelseiten

Aus den bisherigen Ausführungen war zu ersehen, wie man *Papierformate* aus Naturmaßen und/oder mit geometrischen Methoden bestimmt. Nun stellt sich die Frage nach dem *Schriftfeld*. Für *Einzelseiten* empfiehlt sich eine vorherige Konstruktion nicht. Einen Text feststehenden Umfangs handschriftlich in die geometrische Konstruktion einer Einzelseite einzuzwängen, ist mit einem unangemessenen, selten befriedigenden Aufwand verbunden. Hier ist improvisieren besser, weil es natürlicher ist und auch historisch die übliche Methode war. *Urkunden* wurden beispielsweise meist querformatig auf genügend große Pergament- oder Papierbögen geschrieben, welche nach Textende einfach unter Zugabe eines gefälligen Randes abgeschnitten wurden. Dadurch hing sogar das Format der Seite vom Textumfang ab. Noch heute wird in der Urkundenkalligraphie viel zu viel mit typographischen Maßstäben gearbeitet, wie z.B. beim unökonomischen Einmitten von Zeilen. Im Bleisatz und am Computer ist dies nicht aufwendiger als einfacher Flattersatz, bei Handschriften hingegen bedeutet es, daß der Text mehrmals geschrieben werden muß.

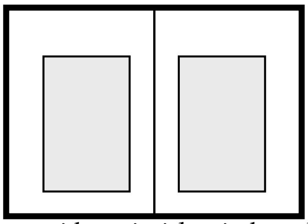
Buchseiten

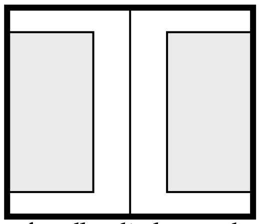
Ein anderer Fall liegt bei langen Texten in Buchform vor. Hier hat die Typographie die Prinzipien der Handschriften übernommen. Laufender Text fließt von selbst in die vorgegebene Fläche, und Probleme tauchen höchstens am Zeilenende, bei Abschnittwechseln und auf den ersten und letzten Seiten auf. Für die Positionierung des Schriftfeldes drängen sich geometrische Konstruktionen geradezu auf. In der traditionellen abendländischen Buchkunst gelten dafür folgende vier Prinzipien:

1. *Die Proportionen des Textfeldes sollen aus Gründen der Harmonie und der Ökonomie etwa denen der Seite entsprechen.*
2. *Um das Textfeld herum soll ein angemessener Raum stehenbleiben, damit die Schrift beim Blättern nicht verschmutzt oder abgerieben wird. Er diente früher auch zum Aufnehmen von Notizen, Glossen und Illustrationen. Je breiter dieser Rand ist, umso vornehmer wirkt das Buch. Dies muß mit der Bedeutung des Textes, dem verwendeten Material und der Sorgfalt der Ausführung abgestimmt werden. Bei Handschriften nimmt der Textblock selten mehr als die halbe Fläche der Seite ein.*
3. *Das Phänomen der «optischen Mitte» (siehe im Abschnitt über das Quadrat) verlangt danach, daß das Schriftfeld leicht über der Seitenmitte steht. Dies gilt auch für Einzelseiten. Dadurch entsteht ein schwebender Eindruck, welcher durchaus symbolhaft verstanden werden kann.*
4. *Beim Seitenpaar des aufgeschlagenen Buches müssen die Schriftfelder zusätzlich gegen den Falz (die Buchmitte) verschoben werden. Dies betont die Zusammengehörigkeit der Seiten und verhindert, daß die Schrift optisch nach außen strebt.*

Beispiele «exotischer» Seitenbilder

Die genannten Regeln werden in der modernen Buchgestaltung häufig durchbrochen, weil die meisten Designer Angst haben, etwas «traditionelles» zu machen. Auch historisch gibt es selbstverständlich Abweichungen. Bei islamischen Büchern wird beispielsweise das dritte Prinzip oft umgekehrt, indem der Textblock deutlich unter die Seitenmitte zu stehen kommt und dadurch «*bodenständig*» oder «*bauchlastig*» wirkt (Abb. links). Bei chinesischen Blockbüchern geht, bedingt durch ihre Herstellung (*Holztafeldruck* und *Blockbindetechnik*), das Schriftfeld um die Vorderkante (Abb. rechts):





Beide Beispiele sind nach abendländischem Ideal «falsch». Sie verstoßen gegen unsere gewohnten Vorstellungen von Optischer Mitte bzw. Zusammengehörigkeit des Seitenpaars, sind aber einfach nur anders empfunden. Ästhetische Regeln sind also kulturabhängig und sehr variabel.

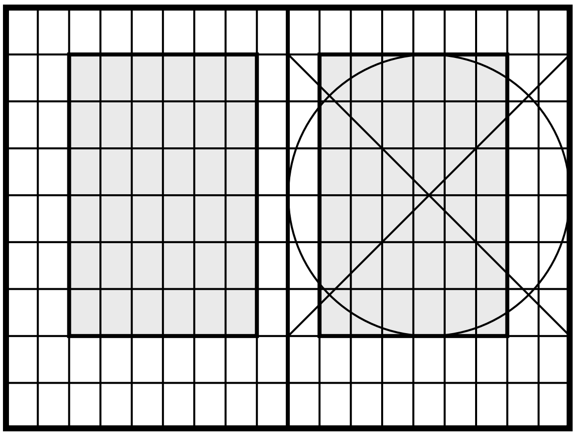
«Überlieferte» Konstruktionsschemata

Man mag die oben vorgestellten vier Prinzipien als «überliefert» ansehen, doch überlieferte Schemata sind nur wenige bekannt (siehe S. 21). Bei den Seitenkonstruktionen in Codicologie und Typographie handelt es sich in der Regel um phantasievolle Rekonstruktionen. In den Versuchen des Paläographen Léon Gilissen (1977) zu Handschriften des 10. bis 15. Jahrhunderts wechseln sich in lebhaftem Durcheinander Zahlenproportionen, Wurzeln und stetige Teilungen ab, und es ist beim Nachmessen mit dem Zirkel nicht immer einfach, so schiefe Kreise zu erzeugen, wie es anscheinend den mittelalterlichen Meistern gelungen ist. Jedenfalls entsteht bei Gilissens Schemata der Eindruck, daß jede der präsentierten Handschriften nach einem ausgetüftelten geometrischen Verfahren konstruiert worden ist – und jede nach einem anderen! Wer nur genügend lange sucht, findet in jedem Kunstwerk geometrische Strukturen, selbst wenn solche vom Künstler gar nicht beabsichtigt waren.

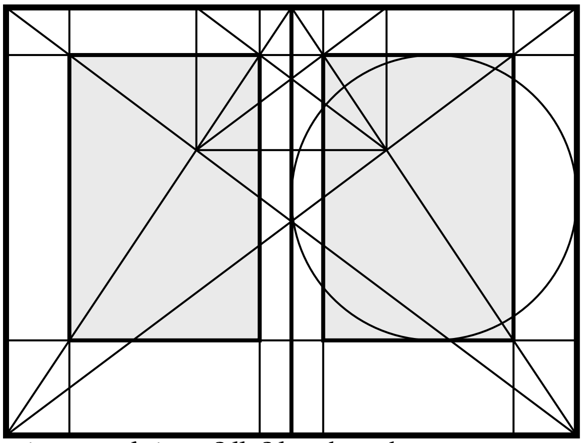
Besonders gerne wird in Kalligraphie und Typographie Jan Tschicholds Rekonstruktion der Gutenbergbibel zitiert. Sein Artikel «*willkürfreie Maßverhältnisse der Buchseite und des Satzspiegels*» erschien 1962. Er gipfelt in Tschicholds triumphierender Feststellung, 1953 endlich den «*Goldenen Kanon der spätgotischen Buchseiteneinteilung*» gefunden zu haben. Die Rekonstruktionszeichnung wird in vielen Büchern mit metaphysischem Gruseln als «*Goldener Modul*» wiedergegeben, teilweise mit einmontierten Schriftblöcken aus der 42-zeiligen Bibel, die man so lange manipuliert hat, bis sie in die Rekonstruktion passen.

Der «*Goldene Kanon*» müßte, um «*kanonisch*» zu sein, in spätgotischen Handschriften und Inkunabeln wenigstens ab und zu vorkommen. Dies scheint leider nicht der Fall zu sein. Aus Tschicholds Ausführungen wird weder klar, ob er die 36-zeilige oder die 42-zeilige Gutenbergbibel meint (deren erste 9 Seiten nur 40 Zeilen haben), noch welches unbeschnittene (!) Exemplar ihm für sein jahrelanges Nachmessen zur Verfügung gestanden hat. Obendrein hat der «Kanon» den Nachteil, für heutige Bücher nur sehr beschränkt brauchbar zu sein. Der obere Rand, halb so breit wie der untere, wirkt einfach viel zu schmal, und auch der innere muß, wie Tschichold selbst zugibt, aus buchbinderischen Gründen meist deutlich und durchaus willkürlich verbreitert werden. Was anderes als Willkür ist es schließlich, diese Konstruktion jedem beliebigen Format aufzuzwingen, ohne auf dessen eigene Proportionen Rücksicht zu nehmen?

Fassen wir kurz die Eigenheiten von Jan Tschicholds Rekonstruktion der Gutenbergbibel zusammen. Wie er selbst ausführt, sind die entsprechenden Proportionen und ihre Konstruktion bereits 1946 von Joh. A. van de Graaf beschrieben und später von verschiedenen Autoren (Raúl M. Rosarivo *über die 36 zeilige Bibel*, Albert Kapr *über die 42 zeilige* usw.) als *Goldener Kanon* oder *Goldener Modul* präsentiert worden, obwohl daran nichts Goldenes haftet. Es handelt sich um die einfache Zahlenproportion 2:3 und die geometrische Neunteilung. Durch die unglückliche Verwendung des Begriffes «Goldener Kanon» sind viele Leute zum falschen Glauben verleitet worden, die Konstruktion habe etwas mit dem Goldenen Schnitt zu tun. – Unter Verwendung eines Linienrasters, welches ein Buchformat von 2:3 waagrecht und senkrecht in neun Teile zerlegt, sieht das Schema folgendermaßen aus:



Tschicholds Lösung verwendet, wie schon vor ihm die von van de Graaf, die *Villardsche Figur* (siehe S. 4) zur Neunteilung (*Drittel vom Drittel*) und führt zu folgendem, identischem Ergebnis:



Die Konstruktion erfüllt folgende Forderungen:

1. Das Seitenverhältnis ist 2:3.
2. Die Schriftfeldhöhe entspricht der Seitenbreite (Kreis).
3. Die Schriftfeldproportion ist ebenfalls 2:3.
4. Der innere Rand beträgt 1/9 der Seitenbreite; der äußere Rand beträgt 2/9 der Seitenbreite. Der äußere Rand ist also doppelt so breit wie der innere.
5. Der obere Rand beträgt 1/9 der Seitenhöhe; der untere Rand beträgt 2/9 der Seitenhöhe. Der untere Rand ist also doppelt so breit wie der obere.
6. Die Randproportionen sind 2:3:4:6.

Jan Tschichold erweitert die Anwendungsmöglichkeiten dieser Konstruktion, indem er sie auch auf andere Buchformate als 2:3, zum Beispiel auf 1: $\sqrt{3}$, den Goldenen Schnitt, 1: $\sqrt{2}$, 3:4, 1:1 und das Querformat 4:3 überträgt. Schließlich stellt er noch statt der Neunteilung die Zwölfteilung und die Sechsteilung vor, für welche er sogar ein italienisches Beispiel aus dem 15. Jahrhundert präsentieren kann. Alles in allem ein faszinierendes, beinahe universal verwendbares System, das auf einer bestechend einfachen Geometrie beruht. Es soll hier auch keineswegs die großartige Leistung Jan Tschicholds geschmälert werden, diesen Rekonstruktionsversuch in schöner Form präsentiert und weit herum bekannt gemacht zu haben. Problematisch wird es erst, wenn seine Aussagen «abstrahiert» wiedergegeben werden, zum Beispiel in einem Kalligraphiebuch (Kunze, 1992), wo es heißt: »... *Jan Tschichold hat den Schlüssel zur mittelalterlichen Formästhetik durch sorgfältiges Nachmessen von alten Manuskripten und Drucken ermittelt... Hier hat schon die mittelalterliche Buchkunst einen universellen Kanon gefunden, der übrigens im Bauhüttenbuch des Villard de Honnecourt überliefert ist. Die mittelalterlichen Buchmeister brachten eine einfache Regel ein...*» Das ist schön formuliert, aber leider in jeder einzelnen Aussage falsch. Wie «übrigens» der «universelle Kanon» in Villards Bauhüttenbuch «überliefert» ist, war auf Seite 4 zu sehen (*also gar nicht*). – Der Ruhm von Tschicholds Modul ist sogar bis nach Frankreich gedrungen; Yves Perrousseaux (1996, S. 42) zitiert ihn ganz im Sinne des obengenannten Kalligraphiebuches: «*Il s'agit du Canon d'or de l'organisation médiévale des pages, tel que les meilleurs copistes l'ont utilisé. C'était un secret d'atelier. Ses règles s'étaient perdus au fil du temps.*» Mit den «meilleurs copistes» ist übrigens *Peter Schöffer* aus Gernsheim gemeint, Gutenbergs langjähriger Mitarbeiter. Daß er den «Goldenen Modul» verwendet und an Gutenberg weiter-gegeben haben soll, wurde ihm von Tschichold einfach unterstellt. Leider ist es nicht möglich, die einzige Peter Schöffer zugeschriebene Handschrift auf ihre Seiteneinteilung hin zu untersuchen, da sie seit 1870 verschollen ist und die bekannten Reproduktionen randlos sind.

Aus den vorangegangenen Ausführungen mag der Eindruck entstehen, man solle angesichts der unsicheren Quellenlage lieber die Finger von Layoutkonstruktionen lassen. Es gibt sie aber, die mittelalterlichen Anleitungen, wenn sie auch selten sind:

Aus dem 9. Jahrhundert hat sich in einer Handschrift der Bibliothèque Nationale in Paris (ms. lat. 11884, fol. 2v) folgender Text erhalten:

(De forma quaternionis)

Taliter debet fieri quaternionis forma, quinta parte longitudinis, quarta latitudinis. Quintam partem da inferiori vel anteriori margini, et ipsam quintam partem divide in iii et dabis ii superiori subtracta i. Rursus ipsas ii partes divide in tres, dabisque duas posteriori margini subtrahendo unam. Huic compar erit si media interfuerit. Lineas vero iuxta rationem scripturae divides, quia maior scriptura latioribus, minor autem strictioribus lineis indiget.

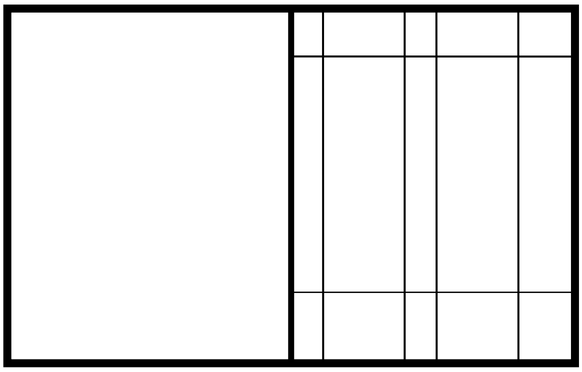
Deutsche Übersetzung (Martin Steinmann*):*

Folgendermassen soll die Lage eingeteilt werden, fünf Teile in der Höhe und vier in der Breite. Ein Fünftel gib dem unteren und dem vorderen Rand; und dieses Fünftel teile in drei und gib zwei Teile davon dem oberen Rand, einen lass weg. Diese zwei Teile teile wieder in drei und gib zwei dem inneren Rand, einen lass weg. Von gleicher Breite soll der Mittelstreifen (zwischen zwei Spalten) sein, wenn es einen gibt. Die Zeilen aber teile nach der Art der Schrift, weil eine grössere Schrift breitere, eine kleine engere Linien verlangt.

Der kleine Text ist etwas unklar. In der folgenden Zusammenfassung wird er *interpretierend* vereinfacht, vor allem was das Fünftel für unteren und vorderen Rand betrifft:

1. Die Seite ist 5 Teile hoch und 4 Teile breit.
2. Der untere Seitenrand ist 1/5 der Seiten*höhe*.
3. Der äussere Rand ist 1/5 der Seiten*breite*.
4. Der obere Rand ist 2/3 des *unteren* Rands.
5. Der innere Rand ist 2/3 des oberen Rands. Gleiches Mass für die Interkolumne, falls vorhanden.

Nach diesen Angaben läßt sich das Seitenbild folgendermaßen rekonstruieren:



Die Seiteneinteilung basiert vollständig auf einfachen Ziffern und Teilungen: Vier zu fünf, Fünfteilung, Drittelung. Es mag Zufall sein, daß Vitruv (um 30 v. Chr.) im 1. Kapitel des 3. Buchs der *Architectura* dieselben Proportionen und Teilungen am menschlichen Kopf beobachtet: Vier zu fünf sind dort das Verhältnis von Gesichts- zur Kopfhöhe, ein Fünftel des Kopfes wird von den Haaren eingenommen; das Gesicht wiederum wird gedrittelt, um die Position von Nasenwurzel und Nasenlöchern zu bemessen. Man darf sicher nicht sagen, daß die karolingische Layout-Anleitung die «Kennzahlen» von Vitruvs Gesichtsproportionen enthält, doch ist die Parallelität doch verblüffend.

Wir wollen im Folgenden über Rekonstruktionsversuche herausgehen und uns ebenso wie bei den Formatbestimmungen die Frage stellen, was für Möglichkeiten denn denkbar sind und wie praktikabel sie für den alltäglichen Gebrauch sind. Eine noch so schöne Konstruktion nützt nichts, wenn man fünfunddreißig Schritte braucht, um zu ihr zu gelangen. Darüber hinaus soll hier eine neue Lösung vorgeschlagen werden, bei der die Proportionen der Seite konsequent bis zu den Seitenrändern angewendet werden. Die ist bei der Rekonstruktion Tschicholds durchaus auch der Fall, nur werden hier der innere zum oberen und der äußere zum unteren Rand in den Seitenproportionen harmonisiert. Bei der neuen Methode sollen es der obere zum unteren sowie der innere zum äußeren sein.

Mit oder ohne Kenntnis von Jan Tschicholds Rekonstruktion der Gutenbergbibel haben zahlreiche Autoren, unzufrieden über die vielleicht harmonischen, aber doch oben und innen arg eng und unten zu weit wirkenden Seitenränder, die Regel unter Mitwirkung der Willkür abgewandelt. Häufig trifft man Seitenrandproportionen von 2 ½ : 3 : 4 : 5, was jedoch fast immer zu unterschiedlichen Proportionen von Schriftfeld und Seite führt. Hat man solche Maße ein paarmal durch lange Rechnerei ermittelt, wird man sich in Zukunft auf sein Gefühl verlassen, was Arbeit erspart.

Neue Lösungen für die Seiteneinteilung

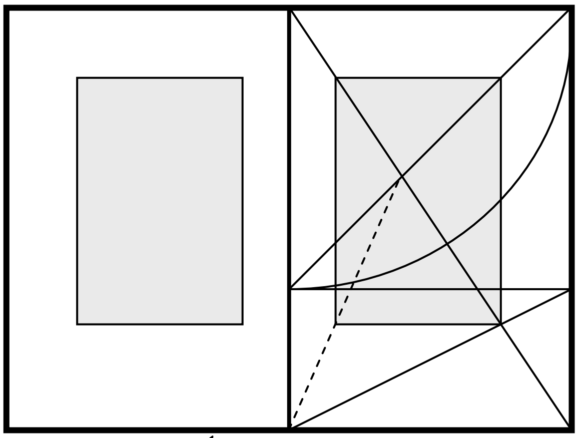
Auch ohne die publizierten Rekonstruktionsversuche anderer Autoren zu kennen, kann man vergnügliche Stunden damit verbringen, sich die unterschiedlichsten Voraussetzungen für Buchseitenkonstruktionen auszudenken, wie z.B.: Flächengleichheit von Schriftfeld und Rändern; halbe Seitenhöhe und -breite für die Dimensionen des Schriftfeldes (eine sehr großzügige Lösung, da dann das Schriftfeld nur ein Viertel der Seite einnimmt), usw. Die Möglichkeiten für eine Erweiterung und Kombination vorhandener Ideen sind unbegrenzt.

Bei geometrischen Konstruktionen von Buchseiten sind drei Bedingungen zu berücksichtigen:

1. *Bücher werden in der Regel beschnitten. Ein dreiseitiger Randbeschnitt von ca. 3 mm (oder auch mehr, wenn eine bestimmte Proportion freigeschnitten werden soll) ist bei der Konstruktion einzuplanen.*
2. *Ab einer gewissen Dicke liegen aufgeschlagene Bücher nicht mehr flach, sondern wölben sich, bedingt durch die Steifheit der Bindung, aus der Mitte heraus nach oben. Der Innenrand wird dadurch optisch erheblich verschmälert und muß entsprechend breiter angelegt werden.*
3. *Die Oberlängen der obersten und die Unterlängen der untersten Zeile müssen leicht über den konstruierten Rand herausragen, damit der optische Eindruck der Seite der geometrischen Konstruktion entspricht.*

Die folgenden drei Schemata sind neu oder zumindest mit solch einfachen Konstruktionen bisher noch nicht publiziert worden. Das geometrische Vorgehen beginnt in allen drei Fällen mit einem Quadrat auf der Seitenbreite, welches im oberen Teil der Seite eingetragen wird. Der Satzspiegel ergibt sich jeweils aus Diagonalen und Zirkelkreisen, die auf bestehende Strukturen aufbauen. Die erste gefundene Ecke des Schriftfeldes ist bei allen drei Konstruktionen die untere, äußere.

In den Ergebnissen sind die Proportionen des Schriftfeldes und der Seitenränder jeweils eine Funktion des Seitenformates, d.h. sie folgen kompromißlos dessen Verhältnis. Ihre Gemeinsamkeit ist, daß jeweils der innere zum äußeren und der obere zum unteren Rand der Proportion von Seite und Schriftfeld folgt, was bei allen drei Lösungen zur Gleichheit von oberem und äußerem Rand führt. Dadurch wiederholt sich die Seitenproprotion auch im Verhältnis vom inneren zum oberen sowie vom äußeren zum unteren Seitenrand.

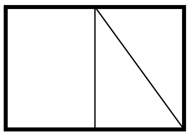


Neue Konstruktion von KPS für das Seitenverhältnis 2:3

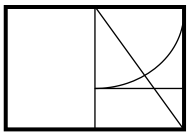
Die Konstruktion geht von folgenden Forderungen aus:
1. Die Seitenproportion ist 2:3
2. Die Schriftfeldproportion ist 2:3
3. Innerer zu äußerem Rand ist 2:3
4. Oberer zu unterem Rand ist 2:3
5. Der äußere Rand ist ¼ der Seitenbreite.

Folgende Eigenschaften ergeben sich von selbst:
6. Innerer Rand zu oberem Rand ist 2:3
7. Äußerer Rand zu unterem Rand ist 2:3
8. Oberer und äußerer Rand sind gleich.
9. Das Verhältnis der Seitenränder ist 4:6:6:9.

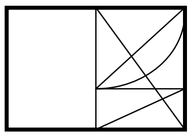
DAS VORGEHEN BEI DER KONSTRUKTION:



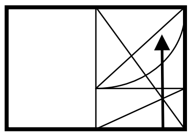
1. Ziehe eine Diagonale über die Seite (von oben innen nach unten außen)



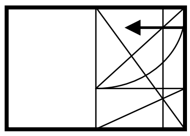
2. Konstruiere ein Quadrat auf der kurzen Seite in den oberen zwei Dritteln der Seite.



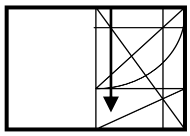
3. Ziehe zwei weitere Diagonalen: Eine im Quadrat (von oben außen nach unten innen) und eine weitere im verbleibenden Rechteck (von unten innen nach oben außen).



4. Der äußere Rand des Schriftfeldes geht durch den Schnittpunkt der Diagonalen der Seite und der Diagonalen im kleinen Rechteck.

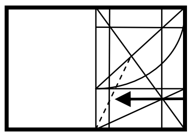


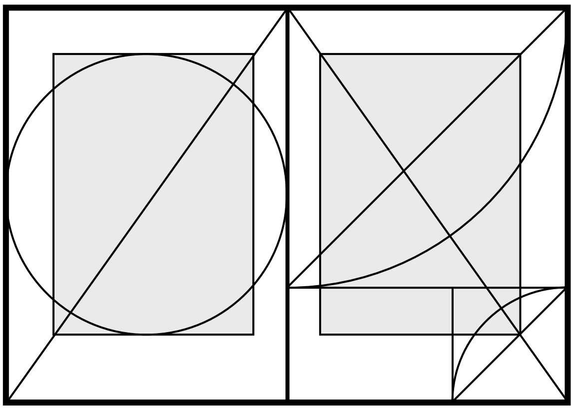
5. Der obere Rand des Schriftfeldes geht durch den Schnittpunkt des äußeren Randes und der Diagonalen im Quadrat.



6. Der innere Rand geht durch den Schnittpunkt des oberen Randes und der Diagonalen der Seite.

7. Der untere Rand geht durch denselben Punkt wie der äußere Rand (Schritt 4). Die gestrichelte Hilfslinie ist für die Konstruktion nicht notwendig.





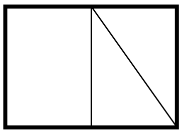
Neue Konstruktion von KPS für ein Buch im Din-Format

Das Din-Format mit seiner Seitenproportion von 1: $\sqrt{2}$ charakterisiert sich durch seine konsequente Logik. Ihr folgend, werden für die folgende Konstruktion folgende Forderungen aufgestellt:

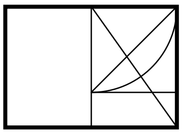
1. Das Schriftfeld nimmt die halbe Fläche der Seite ein und folgt deren Proportion (auf einer Din A4 Seite wäre also das Schriftfeld ein A5). Das Schriftfeld ist damit automatisch so hoch wie die Seite breit (Kreis).
2. Der obere Rand zum unteren Rand ist 1: $\sqrt{2}$.
3. Der innere Rand zum äußeren Rand ist 1: $\sqrt{2}$.

Durch die Flächengleichheit von Schriftfeld und Rand verweist diese Lösung auf die Kreuzganggeometrie im 1. Kapitel (S. 7), wo es um die Halbierung des Quadrats ging.

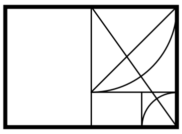
Das Vorgehen bei der Konstruktion:



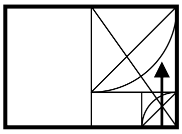
1. Zeichne die Diagonale auf der ganzen Seite.



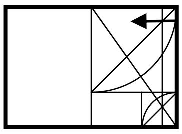
2. Zeichne in oberen Teil der Seite ein Quadrat auf der Seitenbreite und trage seine Diagonale von unten innen nach oben außen ein.



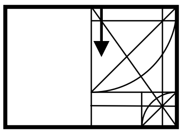
3. In der unteren äußeren Ecke der Seite zeichne ein kleines Quadrat mit Seitenkante Blatthöhe minus Blattbreite (also die verbleibende Höhe zwischen dem großen Quadrat und des Blattes).



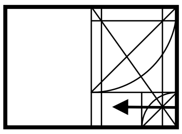
4. Zeichne eine Diagonale im kleinen Quadrat, parallel zur Diagonalen im großen Quadrat. Der Schnittpunkt dieser kleinen Diagonalen mit der Seitendiagonalen ist die äußere untere Ecke des Schriftfeldes.



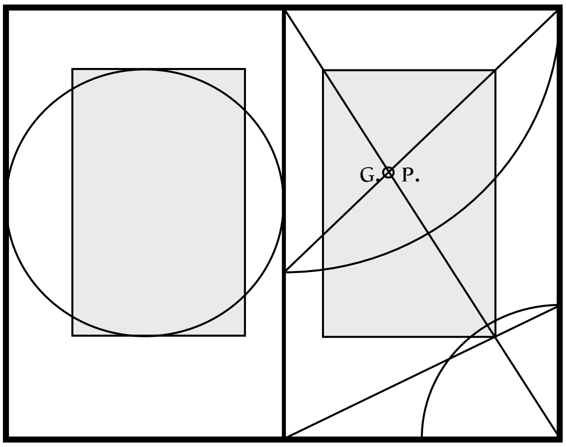
5. Der äußere Rand des Schriftfeldes geht durch diesen Schnittpunkt; der obere Rand geht durch den Schnittpunkt des äußeren Randes mit der Diagonalen im großen Quadrat.



6. Der innere Rand geht durch den Schnittpunkt des oberen Randes mit der großen Seitendiagonalen.



7. Der untere Rand des Schriftfeldes geht durch denselben Punkt wie der äußere Rand (siehe Schritt 5).



Neue Konstruktion von KPS für den Goldenen Schnitt

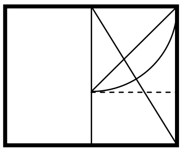
Folgende Forderungen wurden dafür aufgestellt:
1. Die Seitenproportion ist im Goldenen Schnitt.
2. Das Schriftfeld ist im Goldenen Schnitt.
3. Das Schriftfeld ist so hoch wie die Seite breit (Kreis).
4. Der obere Rand ist zum unteren ebenso im Goldenen Schnitt wie der innere zum äußeren.

Auch hier ergeben sich zusätzliche Harmonien:

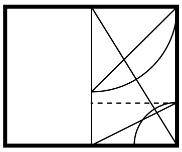
5. Der obere Rand ist dem äußeren gleich.
6. Die Schriftfeldbreite verhält sich im Goldenen Schnitt zum unteren Rand.

Für besondere Liebhaber des Goldenen Schnitts sei angemerkt, daß der Schnittpunkt der zwei Diagonalen im Schriftfeld zugleich ein sogenannter Goldener Punkt (G. P.) ist, welcher sowohl die Seite als auch das Schriftfeld in Höhe und Breite im Goldenen Schnitt teilt. Was an diesem Punkt seinen Platz findet (z. B. die rechte untere Ecke einer Initiale oder das zentrale Element einer Illustration), hat seine besondere Bedeutung innerhalb dieses Systems.

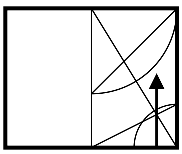
Das Vorgehen bei der Konstruktion:



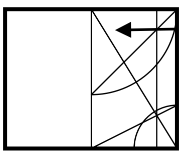
1. Zeichne die Diagonale auf der ganzen Seite. Mache im oberen Teil ein Quadrat auf der kurzen Seite. Trage ein Diagonale ins Quadrat ein.



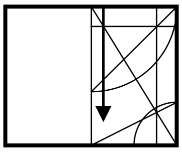
2. Zeichne am unteren Rand der Seite ein Rechteck ein, das so breit ist wie die Seite und halb so hoch wie die Seitenbreite. Zeichne auch in diesem Rechteck eine Diagonale ein. Richtung der drei Diagonalen: Wie im Modell.



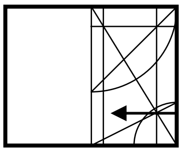
3. Der äußere Rend des Schriftfeldes geht durch den Schnittpunkt der großen Diagonalen der Seite mit der Diagonalen im kleinen liegenden Rechteck.



4. Der obere Rand geht durch den Schnittpunkt des äußeren Randes mit der Diagonalen im Quadrat.



5. Der innere Rand geht durch den Schnittpunkt des oberen Randes mit der großen Diagonalen der Seite.



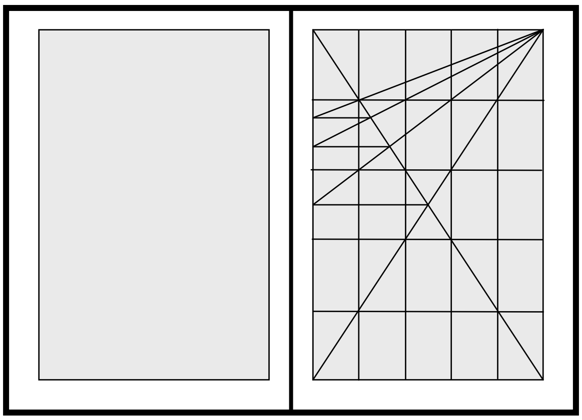
6. Der untere Rand geht durch denselben Schnittpunkt wie der äußere (siehe Schritt 3)

Rastersysteme

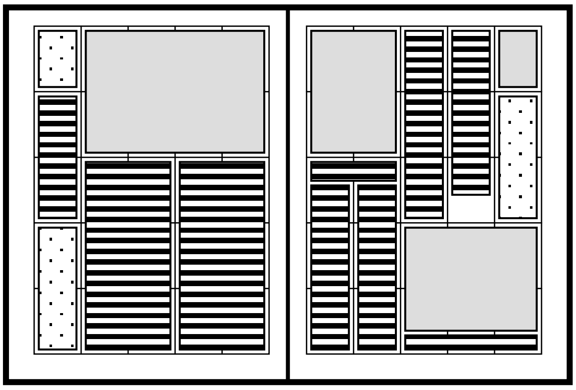
Im 20. Jahrhundert wurde im grafischen Gewerbe zur typographischen Gestaltung von Zeitungen, Zeitschriften, Stellwänden usw. geometrisches System zur Gliederung von Bild und Text eingeführt, welches auf einem regelmäßigen Linienraster beruht. Vorgänger solcher Systeme waren selbstverständlich schon früher in Gebrauch, zum Beispiel in illustrierten ägyptischen Hieroglyphentexten, später in glossierten Handschriften, in den Werken zum kanonischen Recht, in Polyglott-Bibeln usw. Da zu diesem Thema eigene ausführliche Werke verfaßt wurden (das Literaturverzeichnis am Ende verweist z.B. auf Müller-Brachmann 1988 und Perrousseaux 1996), soll hier nur ein Beispiel für die vielfältigen geometrischen Gestaltungsmöglichkeiten gegeben werden.

Das Textfeld einer Zeitschriftenseite soll vertikal und horizontal in je 5 Abschnitte unterteilt werden. Dies geht geometrisch am schnellsten über die Villard'sche Figur:

Auf Seite 4 war zu sehen, wie man durch die Kreuzungspunkte der Diagonalen in einem Rechteck zur Hälfte, zum Drittel, Viertel, Fünftel usw. kommt. Hier geht die Anwendung einen Schritt weiter: Durch Verlängerung der Waagrechten und Senkrechten finden sich neue Kreuzugspunkte mit bestehenden Diagonalen, so daß schließlich die ganze Fläche in 25 regelmäßige Felder unterteilt ist:



Der Raster dient schließlich dazu, die Text-, Bild- und Reklameblöcke zu positionieren und dennoch eine gewisse verbindende Struktur zu bewahren. Risiken der Rastergrafik sind mögliche Unruhe im Seitenbild, erschwerte Orientierung und schlechte Lesbarkeit wegen zu kurzer Zeilen. Doch solche Probleme gibt es keineswegs erst seit der Verbreitung der Rastersysteme.



Nachwort

«Rezepte» für die Seitengestaltung von alten Büchern existieren. Die euklidische Geometrie war den mittelalterlichen Künstlern vertraut, und Vitruv und Villard de Honnecourt haben für die Architektur geometrische Proportionsvorgaben formuliert. Es wäre schwer vorstellbar, daß die Künste des Buches von solchen Ideen unbeeindruckt geblieben wären.

Hingegen spricht das Vorhandensein geometrischer Prinzipien nicht unbedingt dafür, daß sie im Alltag auch verwendet wurden. Ebenso wie ein Architekt aus Rücksicht auf Geländegegebenheiten, bereits vorhandene Gebäude usw. von Idealproportionen absehen mußte, haben bei der Buchgestaltung wahrscheinlich Sehgewohnheiten und spontane, gefühlsmäßige Seiteneinteilungen eine größere Rolle gespielt als geometrische Konstruktionen.

Literaturverzeichnis

ALLONSIUS, D.J.: *Créer avec un compas*. Dessain et Tolra, Paris 1986.

HAGENMAIER, Otto: *Der Goldene Schnitt*. Ein Harmoniegesetz und seine Anwendung. Augustus Verlag, Augsburg 1991.

GILISSEN, Léon: *Prolegomènes à la codicologie*. Recherches sur la construction des cahiers at la mise en page des manuscrits médiévaux. Gand 1977 (les publications de Scriptorium. 7)

VAN DE GRAAF, Joh. A.: *Nieuwe berekening voor de voormgeving*, in: Titel, 1946, S. 95 - 100, Amsterdam 1946.

FECHNER, Gustav Theodor: *Zur experimentalen Ästhetik*. Hirzel, Leipzig 1871

GRUNTZ-STOLL, Johannes: *Harmonik – Sprache des Universums*, Schriften über Harmonik Nr. 25, Bern 2000

HAHNLOSER, Hans R.: *Villard de Honnecourt*. Schroll Verlag, Wien 1935.

JOHNSTON, Edward: *Writing, Illuminating, and Lettering*. London 1906. Deutsche Ausgabe: Schreibschrift, Zierschrift und angewandte Schrift, übersetzt von Anna SIMONS, Berlin 1910.

KAPR, Albert: *Johannes Gutenberg, Persönlichkeit und Leistung*, C.H.Beck, München 1988.

KAYSER, Hans: *Ein harmonikaler Teilungskanon*, Occident-Verlag, Zürich 1946.

KUNZE, Reinhard: *DuMont's Handbuch Kalligraphie*. DuMont Verlag Köln 1992.

LEMAIRE, Jacques: *Introduction à la codicologie*, Louvain-la-Neuve 1989, S. 127.

Mise en page et mise en texte du livre manuscrit. Sous la direction de Henri-Jean MARTIN et Jean VEZIN. Préface de Jacques MONFRIN. Éditions du Cercle de la Librairie-Promodis, Mayenne 1990.

MÜLLER-BROCKMANN, Josef: *Grid Systems in Graphic Design / Rastersysteme für die visuelle Gestaltung* (zweisprachig). Stuttgart / Heiden ^{3}1988.

PERROUSSEAUX, Yves: *Mise en page et impression*. Notions élémentaires. Atelier Perrousseaux, Reillanne 1996.

RAND, E. K.; JONES, L.W.: *Studies in the script of Tours 2*, Cambridge (Mass.) 1934, S. 88.

ROSARIVO, Raúl M.: *Der goldene Modul der 36zeiligen Bibel*. Die Entdeckung eines Werkstattgeheimnisses Johannes Gutenbergs. In: Gutenberg-Jahrbuch 1955, S. 70 ff.

ROSARIVO, Raúl M.: *Divina proportio typographica*. Scherpe Verlag, Krefeld 1961.

SANDERMANN, Wilhelm: *Die Kulturgeschichte des Papiers*. Springer Verlag, Berlin 1988.

SCHÄFFEL, Klaus-Peter: *Kleine Schreibschule*. Arbeitsblätter für die Kalligraphie. Herausgegeben von Abraxas, Basel 1996.

STANDARD, Paul: *Calligraphy's Flowering, Decay and Restauration*, Society of Typographic Arts, Chicago 1947.

STEINMANN, Martin: http://codices.ch/codicologica (*karolingische Layoutanleitung*).

TSCHICHOLD, Jan: *Willkürfreie Maßverhältnisse der Buchseite und des Satzspiegels*, überreicht von der Papierhandelsgesellschaft Bucherer, Kurrus & Co., Basel, Privatdruck in 1600 Stücken, 1962.

VILLARD DE HONNECOURT, Carnet de; XIIIe siècle. Édition Stock 1986, 1994.

VITRUV (Vitruvius Pollio, Marcus): *Baukunst*. Übersetzung von August RODE (Wiedergabe der Ausgabe Leipzig 1796). 2 Bände, Birkhäuser Verlag Basel/Boston/Berlin 1995.

Eine Fortsetzung mit den Kapiteln «Buchstabenkonstruktionen» und «Konstruktionen für Ornamente und Bilder» ist in Vorbereitung.